1 **Dadas las funciones:**

$f(x) = 2x + 1$; $g(x) = x^2 - 5$, **halla:**

a) $g[f(-2)]$ **b)** $f[g(0)]$ **c)** $f \circ f(x)$ **d)** $f \circ g(x)$

Resolución

a) $g[f(-2)] = g[2 \cdot (-2) + 1] = g(-3) = (-3)^2 - 5 = 9 - 5 = 4$

b) $f[g(0)] = f[0^2 - 5] = f(-5) = 2(-5) + 1 = -9$

c) $f \circ f(x) = f[f(x)] = f(2x + 1) = 2(2x + 1) + 1 = 4x + 2 + 1 = 4x + 3$

d) $f \circ g(x) = f[g(x)] = f(x^2 - 5) = 2(x^2 - 5) + 1 = 2x^2 - 10 + 1 = 2x^2 - 9$

2 **¿Cuál es la función inversa de** $f(x) = \sqrt{3x - 2}$ **?**

Comprueba que $f \circ f^{-1}(4) = 4$.

Resolución

Para hallar la inversa de $y = \sqrt{3x - 2}$, cambiamos la x por la y, y despejamos la y:

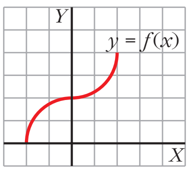
$$x = \sqrt{3y - 2} \;\rightarrow\; x^2 = 3y - 2 \;\rightarrow\; 3y = x^2 + 2 \;\rightarrow\; y = \frac{x^2 + 2}{3}$$

Así, $f^{-1}(x) = \dfrac{x^2 + 2}{3}$

Por otra parte:

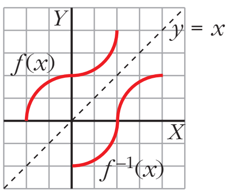
$$f \circ f^{-1}(4) = f\left(\frac{4^2 + 2}{3}\right) = f\left(\frac{18}{3}\right) = \sqrt{3 \cdot \frac{18}{3} - 2} = \sqrt{16} = 4$$

3 **Representa la gráfica de la función inversa de** $y = f(x)$.



Resolución

La función $f^{-1}(x)$ es simétrica a $f(x)$ respecto a la recta $y = x$. Así:

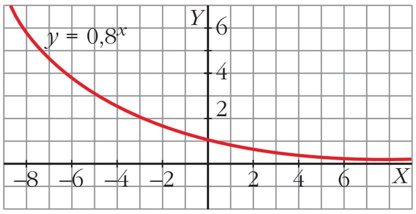


4 **Representa las siguientes funciones:**

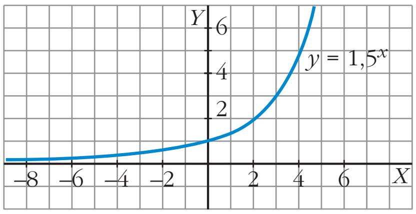
a) $y = 0{,}8^x$ **b)** $y = 1{,}5^x$ **c)** $y = \ln x$

Resolución

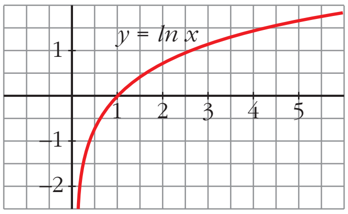
a)



b)



c)



5 **La gráfica de la función** $y = ka^x$ **pasa por los puntos** $\left(0, \frac{1}{5}\right)$ **y (5; 6,4). Halla** k **y** a **y di si se trata de una función creciente o decreciente.**

Resolución

- Pasa por $\left(0, \frac{1}{5}\right)$:

$$\frac{1}{5} = k \cdot a^0 = k \;\rightarrow\; k = \frac{1}{5}$$

- Pasa por (5; 6,4):

$$6{,}4 = \frac{1}{5}a^5 \;\rightarrow\; a^5 = 32 \;\rightarrow\; a = 2$$

Por tanto, la función es $y = \frac{1}{5}2^x$. Es una función creciente, puesto que la base es mayor que 1.

6 **Justifica cuál de las siguientes funciones es la función inversa de** $y = 3^x - 2$**.**

a) $y = 2 + \log_3 x$ **b)** $y = \sqrt[3]{x+2}$ **c)** $y = \log_3 (x+2)$

Resolución

La función es $f(x) = 3^x - 2$. Veamos cada uno de los casos:

a) $f(2 + \log_3 x) = 3^{(2 + \log_3 x)} - 2 = 3^2 \cdot 3^{\log_3 x} - 2 = 9x - 2 \neq x$

$y = 2 + \log_3 x$ no es la inversa de $f(x)$.

b) $f\left(\sqrt[3]{x+2}\right) = 3^{\sqrt[3]{x+2}} - 2 \neq x$

$y = \sqrt[3]{x+2}$ no es la inversa de $f(x)$.

c) $f[\log_3 (x+2)] = 3^{\log_3 (x+2)} - 2 = (x+2) - 2 = x$

$y = \log_3 (x+2)$ sí es la inversa de $f(x)$.

7 **El precio de una furgoneta baja un 10% por año de utilización. Si costó 18 000 €, ¿cuánto tardará en reducirse a la mitad?**

Resolución

La función que describe esta situación es:

$$C = 18\,000 \cdot 0{,}9^t$$

Como queremos que el capital final sea 9 000 €:

$$9\,000 = 18\,000 \cdot 0{,}9^t \rightarrow 0{,}9^t = 0{,}5 \rightarrow t = \log_{0,9} 0{,}5 = \frac{\log 0{,}5}{\log 0{,}9} = 6{,}58$$

Por tanto, el capital se habrá reducido a la mitad entre el 6.º y el 7.º año.

8 **Una población de insectos crece según la función $y = 1 + 0{,}5 \cdot 2^{0{,}4x}$ (x = tiempo en días; y = número de insectos en miles).**

a) ¿Cuál es la población inicial?

b) Calcula cuánto tarda en duplicarse.

Resolución

a) La población inicial se calcula haciendo $x = 0$.

$$y(0) = 1 + 0{,}5 \cdot 2^{0{,}4 \cdot 0} = 1 + 0{,}5 = 1{,}5$$

La población inicial es de 1 500 insectos.

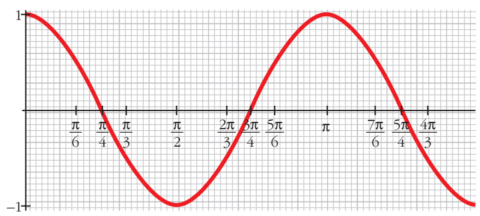
b) Se duplicará al llegar a 3 000 insectos, es decir:

$$3 = 1 + 0{,}5 \cdot 2^{0{,}4x} \rightarrow 2^{0{,}4x} = \frac{2}{0{,}5} \rightarrow 2^{0{,}4x} = 4 \rightarrow 2^{0{,}4x} = 2^2 \rightarrow 0{,}4x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{0{,}4} \rightarrow x = 5$$

Por tanto, la población de insectos se duplicará en 5 días.

9 **Asocia a esta gráfica una de las siguientes expresiones y di cuál es su periodo:**

a) $y = \cos x$ **b)** $y = \cos 2x$ **c)** $y = 2\cos x$



Completa estos puntos para que pertenezcan a la gráfica: (5π/6, …), (4π/3, …), (–π/4, …).

Resolución

La gráfica corresponde a la función b), $y = \cos 2x$.

Su periodo es $\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{4} = \pi$.

Los puntos buscados son: $\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{4\pi}{3}, -\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$