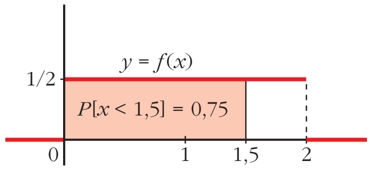
FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN

Se llama **función de distribución** de una variable aleatoria, t, a la función $F(x)$ que describe los valores que toma la probabilidad acumulada hasta la abscisa x: $F(x) = P[t \leq x]$

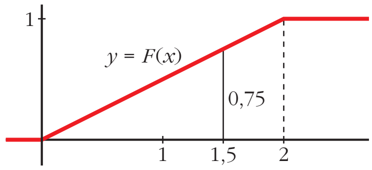
ATENCIÓN: A la variable aleatoria la estamos designando por t para que la x pueda ser la variable de la función F.

Si la variable aleatoria es continua, $F(x)$ describe el área acumulada hasta la abscisa x.

Por ejemplo:



FUNCIÓN DE DENSIDAD



FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN

El área acumulada hasta el punto 0 es 0 $\rightarrow$ $F(x) = 0$ si $x \leq 0$

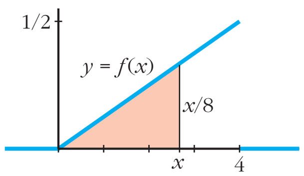
El área acumulada hasta el punto 1,5 es $1{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}75$ $\rightarrow$ $F(1{,}5) = 0{,}75$

Si $x \in [0, 2]$, $P[t \leq x] = \frac{1}{2}x$ $\rightarrow$ $F(x) = \frac{1}{2}x$ si $x \in [0, 2]$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Si } x \geq 2,\ P[t \leq x] = 1, \text{ pues en el punto 2 ya} \\ \text{se ha acumulado toda el área disponible.}\end{array}\right\} \rightarrow F(x) = 1 \text{ si } x \geq 2$$

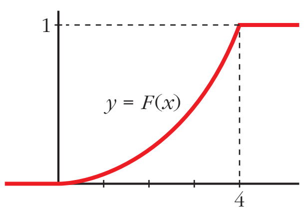
> La **función de distribución** de una variable aleatoria, $F(x) = P[t \leq x]$, es una función continua creciente que cumple que $\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = 0$ y $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = 1$.
>
> Si la función de densidad solo toma valores no nulos en un intervalo $[a, b]$, entonces $F(x) = 0$ para $x \leq a$ y $F(x) = 1$ para $x \geq b$.

Como ejemplo, calculemos la función de distribución de la variable aleatoria cuya función de densidad es $f(x) = \begin{cases} x/8, & x \in [0, 4] \\ 0, & x \notin [0, 4] \end{cases}$.



$P[t \leq x]$ = ÁREA DEL TRIÁNGULO ROJO $= \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{8}x = \frac{1}{16}x^2$

Por tanto: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x^2/16 & \text{si } x \in [0, 4] \\ 1 & \text{si } x > 4 \end{cases}$



Se trata, efectivamente, de una función continua y creciente que verifica:

$F(x) = 0$ para $x \leq 0$

$F(x) = 1$ para $x \geq 4$