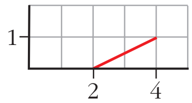
1 **Comprueba que** $y = \frac{x}{2} - 1$, $2 \le x \le 4$ **es una función de densidad. Represéntala y calcula:**

a) $P[x = 3]$ **b)** $P[x < 3]$ **c)** $P[x > 3,5]$

Resolución



Es función de densidad por ser no negativa y contener un área igual a 1.

a) $P[x = 3] = 0$ pues en las distribuciones de variable continua las probabilidades puntuales son cero.

b) $P[x < 3] = \frac{3-2}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right) = 0,25$

c) $P[x > 3,5] = 1 - P[x \le 3,5] = 1 - \left[\frac{3,5-2}{2} \cdot \left(\frac{3,5}{2} - 1\right)\right] = 0,4375$

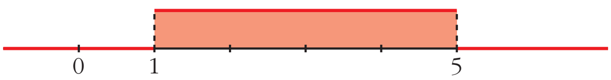
2 **Calcula** k **para que la función**

$$y = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ k, & 1 \le x \le 5 \\ 0, & x > 5 \end{cases}$$

sea función de densidad. Calcula estas probabilidades:

a) $P[x = 3]$ **b)** $P[x < 2]$ **c)** $P[2 \le x < 4]$

Resolución



Para que el área sombreada sea 1, la altura del rectángulo ha de ser $\frac{1}{4}$.

Por tanto, $f(x) = 0,25$ si $1 \le x \le 5$, $f(x) = 0$ en el resto.

a) $P[x = 3] = 0$ (es una probabilidad puntual)

b) $P[x < 2] = 0,25 \cdot (2 - 1) = 0,25 \cdot 1 = 0,25$

c) $P[2 \le x < 4] = 0,25 \cdot (4 - 2) = 0,25 \cdot 2 = 0,5$

3 **Si** z **es** $N(0, 1)$, **calcula:**

a) $P[1,53 < z < 2,1]$ **b)** $P[-1,53 < z < 2,1]$

Resolución

a) $P[1,53 < z < 2,1] = \phi(2,10) - \phi(1,53) = 0,9821 - 0,9370 = 0,0451$

b) $P[-1,53 < z < 2,1] = \phi(2,10) - [1 - \phi(1,53)] = 0,9821 - (1 - 0,9370) = 0,9191$

4 **Sabiendo que z es $N(0, 1)$, calcula h y k para que se cumpla que:**

a) $P[z < h] = 0{,}4$ **b) $P[-k < z < k] = 0{,}9$**

Resolución

a) $P[z < h] = 0{,}4$. h es negativo. $P[z < -h] = 0{,}6$, donde $-h$ es positivo.

Buscamos en la tabla: $\phi(0{,}25) = 0{,}5987$, $\phi(0{,}26) = 0{,}6026$

Así, asignamos a $-h$ el valor 0,25 y, por tanto, $h = -0{,}25$.

b) $P[-k < z < k] = 2P[0 < z < k] = 2[\phi(k) - 0{,}5] = 2\phi(k) - 1$

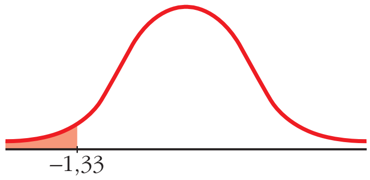
$2\phi(k) - 1 = 0{,}9 \rightarrow \phi(k) = 1{,}9 : 2 = 0{,}95 \rightarrow k = 1{,}65$

5 **Si x es $N(88, 6)$, calcula:**

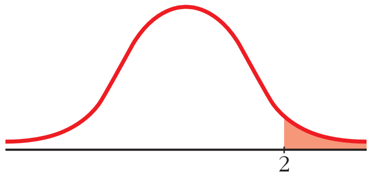
a) $P[x < 80]$ **b) $P[x > 100]$** **c) $P[80 < x \le 100]$**

x es $N(88, 6) \rightarrow z$ es $N(0, 1)$

a) $P[x < 80] = P\left[z < \dfrac{80 - 88}{6}\right] = P[z < -1{,}33] = 1 - \phi(1{,}33) = 1 - 0{,}9082 = 0{,}0918$

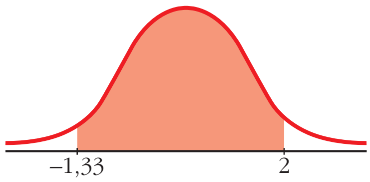


b) $P[x > 100] = P\left[z > \dfrac{100 - 88}{6}\right] = P[z > 2] = 1 - \phi(2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$



c) $P[80 < x \le 100] = P[-1{,}33 < z \le 2] = \phi(2) - [1 - \phi(1{,}33)] =$

$= \phi(2) + \phi(1{,}33) - 1 = 0{,}8854$



6 **El cociente intelectual (C.I.) de un colectivo de bomberos se distribuye normal, de media 108 y desviación típica 3,5. Llamamos x al C.I. de uno de ellos tomado al azar. Calcula:**

a) $P[x < 100]$ **b) $P[x > 115]$** **c) $P[100 < x < 115]$**

Resolución

x es $N(108; 3{,}5) \rightarrow z = \dfrac{x - 108}{3{,}5}$ es $N(0, 1)$

a) $P[x < 100] = P\left[z < \dfrac{100 - 108}{3{,}5}\right] = P[z < -2{,}28] = 1 - \phi(2{,}28) = 1 - 0{,}9887 = 0{,}0113$

b) $P[x > 115] = P\left[z > \dfrac{115 - 108}{3{,}5}\right] = P[z > 2] = 1 - \phi(2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$

c) $P[100 < x < 115] = 1 - P[x < 100] - P[x > 115] = 1 - 0{,}0113 - 0{,}0228 = 0{,}9655$

7 **El 7% de las personas padecen un pequeño defecto anatómico de origen genético. En una empresa trabajan 80 personas. ¿Cuál es la probabilidad de que haya más de 10 con ese defecto?**

Resolución

x es $B(80;\ 0{,}07)$ $\rightarrow$ $\mu = 80 \cdot 0{,}07 = 5{,}6$; $\sigma = \sqrt{80 \cdot 0{,}07 \cdot 0{,}93} = \sqrt{5{,}208} = 2{,}28$

x' es $N(5{,}6;\ 2{,}28)$

$$P[x > 10] = P[x \geq 11] = P[x' \geq 10{,}5] = P\left[z \geq \frac{10{,}5 - 5{,}6}{2{,}28}\right] = P[z \geq 2{,}15] = 1 - \phi(2{,}15) = 1 - 0{,}9842 = 0{,}0158$$