# Resoluciones

**1** **Considera los polinomios $A(x) = x^3 + 2x^2 + x$ y $B(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$.**

**Halla el mín.c.m.$[A(x), B(x)]$ y el máx.c.d.$[A(x), B(x)]$.**

***Resolución***

$A(x) = x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1) = x(x+1)^2$

$B(x) = x^3 + 3x^2 + 2x = x(x^2 + 3x + 2) = x(x+1)(x+2)$

mín.c.m.$[A(x), B(x)] = x(x+1)^2(x+2)$

máx.c.d.$[A(x), B(x)] = x(x+1)$

**2** **Opera y simplifica el resultado:**

$$\left(\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-2}{x+1}\right) : \left(\frac{-5}{x+1} + 2\right)$$

***Resolución***

$$\left(\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-2}{x+1}\right) : \left(\frac{-5}{x+1} + 2\right) = \frac{(x+1)^2 - (x-2)^2}{(x-2)(x+1)} : \frac{2x-3}{x+1} = \frac{(x+1)^2 - (x-2)^2}{(x-2)(2x-3)} =$$

$$= \frac{6x-3}{(x-2)(2x-3)} = \frac{3(2x-1)}{(x-2)(2x-3)}$$

**3** **Resuelve las iguientes ecuaciones:**

**a)** $0{,}1\widehat{6}x^2 + 0{,}5x + 0{,}\widehat{3} = 0$

**b)** $\dfrac{-x^4+1}{3} + \dfrac{x^4-2}{2} = \dfrac{x^2-2}{6}$

**c)** $\sqrt{7+x} = \sqrt{-2-x} + 1$

**d)** $\dfrac{x}{x-3} - \dfrac{x+3}{x+1} = \dfrac{x^2}{(x+1)(x-3)}$

***Resolución***

a) $0{,}1\widehat{6}x^2 + 0{,}5x + 0{,}\widehat{3} = 0$

$$\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = 0 \rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

*Soluciones:* $x_1 = -1$; $x_2 = 2$

b) $\dfrac{-x^4+1}{3} + \dfrac{x^4-2}{2} = \dfrac{x^2-2}{6}$

$2(-x^4+1) + 3(x^4-2) = x^2 - 2 \rightarrow -2x^4 + 2 + 3x^4 - 6 - x^2 + 2 = 0 \rightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0$

Hacemos el cambio $x^4 = y^2$:

$$y^2 - y - 2 = 0 \rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \leftarrow \text{no vale} \end{cases}$$

$y = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

*Soluciones:* $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$

## Resoluciones

c) $\sqrt{7+x} = \sqrt{-2-x} + 1$

Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$7 + x = (-2 - x) + 1 + 2\sqrt{-2-x} \rightarrow 8 + 2x = 2\sqrt{-2-x}$

Volvemos a elevar al cuadrado:

$64 + 4x^2 + 32x = 4(-2 - x) \rightarrow 4x^2 + 36x + 72 = 0 \rightarrow x^2 + 9x + 18 = 0$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81-72}}{2} = \frac{-9 \pm 3}{2} = \begin{cases} -3 \\ -6 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$x = -3 \rightarrow \sqrt{7-3} = \sqrt{-2+3} + 1 \rightarrow 2 = 2$. Solución válida.

$x = -6 \rightarrow \sqrt{7-6} = \sqrt{-2+6} + 1 \rightarrow 1 \neq 3$. Solución no válida.

*Solución:* $x = -3$

d) $\dfrac{x}{x-3} - \dfrac{x+3}{x+1} = \dfrac{x^2}{(x+1)(x-3)}$

$x(x + 1) - (x + 3)(x - 3) = x^2 \rightarrow x^2 + x - x^2 + 9 = x^2 \rightarrow x^2 - x - 9 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+36}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

*Soluciones:* $x_1 = \dfrac{1+\sqrt{37}}{2}$; $x_2 = \dfrac{1-\sqrt{37}}{2}$

**4** **Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:**

**a)** $\mathbf{3^{x^2} \cdot 3^{-2} = 9}$ **b)** $\mathbf{5^x \cdot 3^x = 10}$ **c)** $\mathbf{\ln x + 1 = 2 \ln x}$

***Resolución***

a) $3^{x^2} \cdot 3^{-2} = 9$

$3^{x^2-2} = 3^2 \rightarrow x^2 - 2 = 2 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

*Soluciones:* $x_1 = 2$, $x_2 = -2$

b) $5^x \cdot 3^x = 10$

$(5 \cdot 3)^x = 10 \rightarrow 15^x = 10 \rightarrow x \log 15 = \log 10 \rightarrow x \log 15 = 1 \rightarrow x = \dfrac{1}{\log 15} \approx \dfrac{1}{1{,}176} \approx 0{,}85$

*Solución:* $x \approx 0{,}85$

c) $\ln x + 1 = 2 \ln x$

$\ln x + \ln e = \ln x^2 \rightarrow \ln(x \cdot e) = \ln x^2 \rightarrow x \cdot e = x^2 \rightarrow e = x$

*Solución:* $x = e$

## Resoluciones

**5** **Resuelve estos sistemas de ecuaciones:**

a) $\begin{cases} xy = -2 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \sqrt{-2x} + \ \ y = -1 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \log_3 x - \log_3 y = -2 \\ \log_3 x + \log_3 y = 2 \end{cases}$

***Resolución***

a) $\left.\begin{aligned} xy &= -2 \\ 3x + 2y &= -1 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &y = -\frac{2}{x} \\ &3x + 2\left(-\frac{2}{x}\right) = -1 \ \rightarrow \ 3x - \frac{4}{x} + 1 = 0 \end{aligned}$

$3x^2 - 4 + x = 0 \ \rightarrow \ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{6} = \dfrac{-1 \pm 7}{6} = \begin{cases} -\dfrac{4}{3} \\ 1 \end{cases}$

Si $x = -\dfrac{4}{3}$, $y = \dfrac{3}{2}$

Si $x = 1$, $y = -2$

*Soluciones:* $x_1 = -\dfrac{4}{3}$, $y_1 = \dfrac{3}{2}$; $x_2 = 1$, $y_2 = 2$

b) $\left.\begin{aligned} \sqrt{-2x} + \ \ y &= -1 \\ x - 2y &= 4 \end{aligned}\right\} \ x = 4 + 2y$

$\sqrt{-8 - 4y} = -1 - y$. Elevamos al cuadrado: $-8 - 4y = y^2 + 2y + 1 \ \rightarrow \ y^2 + 6y + 9 = 0$

$y = \dfrac{-6 \pm \sqrt{36 \pm 36}}{2} = -3$

Si $y = -3$, $x = 4 - 6 = -2$

*Solución:* $x = -2$, $y = -3$

c) $\left.\begin{aligned} \log_3 x - \log_3 y &= -2 \\ \log_3 x + \log_3 y &= 2 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\log_3\left(\frac{x}{y}\right) = -2 \ \rightarrow \ \frac{x}{y} = 3^{-2} \ \rightarrow \ 9x = y \\ &\log_3 (x \cdot y) = 2 \ \rightarrow \ x \cdot y = 3^2 \ \rightarrow \ x \cdot y = 9 \end{aligned}$

$x \cdot 9x = 9 \ \rightarrow \ 9x^2 = 9 \ \rightarrow \ x^2 = 1 \ \rightarrow \ x = \pm 1$

La solución $x = -1$ no es válida.

*Solución:* $x_1 = 1$, $y_1 = 9$

**6** **Resuelve utilizando el método de Gauss:**

$$\begin{cases} x + \ \ y + z = 0 \\ x + 2y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

***Resolución***

$$\left.\begin{aligned} x + \ \ y + z &= 0 \\ x + 2y + z &= 1 \\ 3x + 2y - z &= 3 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\xrightarrow{1.^a} \\ &\xrightarrow{2.^a - 1.^a} \\ &\xrightarrow{3.^a - 3 \cdot 2.^a} \end{aligned} \left.\begin{aligned} x + \ \ y + \ \ z &= 0 \\ y \qquad &= 1 \\ -4y - 4z &= 3 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &x = -1 + 1 = 0 \\ & \\ &4z = -4 \ \rightarrow \ z = -1 \end{aligned}$$

*Solución:* $x = 0$, $y = 1$, $z = -1$

## Resoluciones

**7** **Resuelve:**

**a)** $x(x^2 + 1)(x - 1) \geq 0$

**b)** $\begin{cases} 2x + 1 \geq 7 \\ x + 1 \leq 8 \end{cases}$

***Resolución***

a) $x(x^2 + 1)(x - 1) \geq 0$

$x^2 + 1 \geq 0$ para cualquier $x$

$x(x^2 + 1)(x - 1) \geq 0$ si $\begin{cases} x \geq 0 \\ \text{y} \\ x - 1 \geq 0 \;\to\; x \geq 1 \end{cases}$ o $\begin{cases} x \leq 0 \\ \text{y} \\ x - 1 \leq 0 \;\to\; x \leq 1 \end{cases}$

*Solución:* $x \in (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x + 1 \geq 7 \\ x + 1 \leq 8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to\; 2x \geq 6 \;\to\; x \geq 3 \\ \to\; x \leq 7 \end{array}$

*Solución:* $x \in [3, 7]$

**8** **Tres empresas aportan 2, 3 y 5 millones de euros para la comercialización de un nuevo avión. A los 5 años reparten beneficios, correspondiéndole a la tercera 189 000 € más que a la segunda. ¿Cuál fue la cantidad repartida?**

***Resolución***

Cantidad repartida $\to$ $x$

El reparto debe ser proporcional a lo invertido (invierten, en total, 10 millones).

Al primero le corresponden $\frac{x}{10} \cdot 2$

Al segundo le corresponden $\frac{x}{10} \cdot 3$

Al tercero le corresponden $\frac{x}{10} \cdot 5 = \frac{x}{10} \cdot 3 + 189\,000$

$\frac{x}{2} = \frac{3x}{10} + 189\,000 \;\to\; 5x = 3x + 1\,890\,000 \;\to\; 2x = 1\,890\,000 \;\to\; x = 945\,000$ €

*Solución:* Se reparten 945 000 €.