1 **Se consideran los puntos $A(0, 1)$, $B(4, 9)$ y $C(-4, k)$.**

a) Calcula las coordenadas de un punto P que divida al segmento AB en dos partes tales que $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PB}$.

b) Determina k para que el punto C sea el simétrico de B respecto de A.

Resolución

a) $A(0, 1)$, $B(4, 9)$, $C(-4, k)$

Sea $P(x, y)$:

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PB} \rightarrow (x, y-1) = \frac{1}{3}(4-x, 9-y) \rightarrow \left\{\begin{array}{l} 3x = 4 - x \rightarrow x = 1 \\ 3y - 3 = 9 - y \rightarrow y = 3 \end{array}\right\} P(1, 3)$$

b) A debe ser el punto medio de CB.

$$(0, 1) = \left(\frac{4-4}{2}, \frac{9+k}{2}\right) \rightarrow 9 + k = 2 \rightarrow k = -7$$

2 **Calcula la ecuación de estas rectas:**

a) Pasa por $A(3, 2)$ y $B(-2, 1)$, en forma paramétrica e implícita.

b) Pasa por el origen de coordenadas y tiene pendiente $m = \frac{-1}{3}$, en forma continua y explícita.

Resolución

a) Vector dirección $\vec{d} = \overrightarrow{BA} = (5, 1)$. Vector de posición: $\vec{p}(3, 2)$

Ecuaciones paramétricas $\left\{\begin{array}{l} x = 3 + 5t \\ y = 2 + t \end{array}\right.$

$t = y - 2$; $x = 3 + 5(y-2) = 3 + 5y - 10 \rightarrow x - 5y + 7 = 0$

Ecuación implícita: $x - 5y + 7 = 0$

b) $m = -\frac{1}{3} \rightarrow$ vector dirección: $\vec{d}(3, -1)$

Ecuación continua: $\frac{x}{3} = \frac{y}{-1}$

$3y = -x \rightarrow y = -\frac{x}{3}$

Ecuación explícita: $y = -\frac{x}{3}$

3 **Halla las ecuaciones de las siguientes rectas:**

a) Pasa por $P(2, -3)$ **y es perpendicular a** $y = \frac{-2}{5}x + 1$.

b) Es paralela a $2x + 3y + 1 = 0$ **y su ordenada en el origen es 2.**

Resolución

a) Una recta perpendicular a la dada tiene pendiente $m = \frac{5}{2}$. Como ha de pasar por $P(2, -3)$, su ecuación es:

$$y + 3 = \frac{5}{2}(x - 2) \rightarrow 2y + 6 = 5x - 10 \rightarrow 5x - 2y - 16 = 0$$

b) Una recta paralela a $2x + 3y + 1 = 0$ es $2x + 3y + k = 0$.

Como ha de pasar por (0, 2), debe ser $k = -6$.

La recta buscada es $2x + 3y - 6 = 0$.

4 **Escribe la ecuación del haz de rectas que pasa por (5, 1) y halla la recta de dicho haz que pasa por (0, 1).**

Resolución

El haz de rectas que pasa por el punto (5, 1) es $a(x - 5) + b(y - 1) = 0$

La recta del haz que pasa por (0, 1) es la recta que pasa por (5, 1) y por (0, 1). Por tanto, su ecuación es:

$$\frac{x}{5} = \frac{y - 1}{0} \rightarrow y = 1$$

5 **Estudia la posición relativa de las rectas** r **y** s **y de las rectas** r **y** t**, donde:**

$$r: 3x + 5y - 34 = 0 \qquad s: y = \frac{5}{3}x \qquad t: \begin{cases} x = k \\ y = 2 \end{cases}$$

Resolución

• Posición relativa de r y s:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Vector dirección de } r, \ \vec{d}_r(-5, 3) \\ \text{Vector dirección de } s, \ \vec{d}_s(3, 5) \end{array}\right\} r \text{ y } s \text{ son perpendiculares.}$$

• Posición relativa de r y t:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Vector dirección de } t, \ \vec{d}_t(1, 0) \\ \text{Vector dirección de } r, \ \vec{d}_r(-5, 3) \end{array}\right\} r \text{ y } t \text{ son secantes.}$$

6 **Calcula** k **para que las rectas** r **y** s **formen un ángulo de 60°, siendo** $r: y = 3$; $s: y = kx + 1$.

Resolución

La recta $r: y = 3$ es paralela al eje de abscisas. Así, la tangente del ángulo que forman r y s coincide con la pendiente de s, que es igual a k. Es decir:

$$\left.\begin{array}{l} tg\ \alpha = k \\ tg\ 60° = \sqrt{3} \end{array}\right\} k = \sqrt{3}$$

7 **Considera los puntos $A(0, k)$ y $B(8, 5)$ y la recta r: $3x + 4y + 1 = 0$. Determina el valor de k para que:**

a) La distancia entre A y B sea igual a 10.

b) La distancia entre A y r sea 1.

Resolución

a) $dist(A, B) = \sqrt{8^2 + (5 - k)^2} = \sqrt{64 + 25 + k^2 - 10k} = 10 \rightarrow k^2 - 10k - 11 = 0 \begin{cases} k = 11 \\ k = -1 \end{cases}$

b) $dist(A, r) = \dfrac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot k + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \dfrac{|4k + 1|}{5} = 1 \begin{cases} 4k + 1 = 5 \rightarrow k = 1 \\ 4k + 1 = -5 \rightarrow k = -3/2 \end{cases}$