



Problema 31

31 Una persona ha obtenido 6 000 € de beneficio por invertir un total de 60 000 € en tres empresas: A, B y C. La suma del dinero invertido en A y B fue m veces el invertido en C, y los beneficios fueron el 5% en A, el 10% en B y el 20% en C.

a) Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar la cantidad invertida en cada empresa.

b) Prueba que si $m > 0$, el sistema es compatible determinado.

c) Halla la solución para $m = 5$.

Resolución

a) Sean x , y , z las cantidades invertidas en A, B y C, respectivamente. Planteamos el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 60\,000 \\ x + y = mz \\ 0,05x + 0,1y + 0,2z = 6\,000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x + y + z = 60\,000 \\ x + y - mz = 0 \\ 0,05x + 0,1y + 0,2z = 6\,000 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60\,000 \\ 1 & 1 & -m & 0 \\ 0,05 & 0,1 & 0,2 & 6\,000 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{(1.^a) \\ (2.^a) - (1.^a) \\ (3.^a) - 0,05 \cdot (1.^a)}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60\,000 \\ 0 & 0 & -m-1 & -60\,000 \\ 0 & 0,05 & 0,15 & 3\,000 \end{array} \right)$$

- Si $m = -1$: El sistema es *incompatible*.
- Si $m \neq -1$: El sistema es *compatible determinado*.

Por tanto, si $m > 0$, el sistema es *compatible determinado*.

c) $m = 5$, Solución: $x = 20\,000$ €, $y = 30\,000$ €, $z = 10\,000$ €

$$\text{Comprobamos la solución: } \begin{cases} 20\,000 + 30\,000 + 10\,000 = 60\,000 \\ 20\,000 + 30\,000 = 50\,000 \\ 0,05 \cdot 20\,000 + 0,1 \cdot 30\,000 + 0,2 \cdot 10\,000 = 6\,000 \end{cases}$$