



### Problema 31

**31** Una persona ha obtenido 6 000 € de beneficio por invertir un total de 60 000 € en tres empresas: A, B y C. La suma del dinero invertido en A y B fue  $m$  veces el invertido en C, y los beneficios fueron el 5% en A, el 10% en B y el 20% en C.

a) Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar la cantidad invertida en cada empresa.

b) Prueba que si  $m > 0$ , el sistema es compatible determinado.

c) Halla la solución para  $m = 5$ .

#### Resolución

a) Sean  $x$ ,  $y$ ,  $z$  las cantidades invertidas en A, B y C, respectivamente. Planteamos el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 60\,000 \\ x + y = mz \\ 0,05x + 0,1y + 0,2z = 6\,000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x + y + z = 60\,000 \\ x + y - mz = 0 \\ 0,05x + 0,1y + 0,2z = 6\,000 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60\,000 \\ 1 & 1 & -m & 0 \\ 0,05 & 0,1 & 0,2 & 6\,000 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{(1.^a) \\ (2.^a) - (1.^a) \\ (3.^a) - 0,05 \cdot (1.^a)}} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60\,000 \\ 0 & 0 & -m-1 & -60\,000 \\ 0 & 0,05 & 0,15 & 3\,000 \end{array} \right)$$

- Si  $m = -1$ : El sistema es *incompatible*.
- Si  $m \neq -1$ : El sistema es *compatible determinado*.

Por tanto, si  $m > 0$ , el sistema es *compatible determinado*.

c)  $m = 5$ , Solución:  $x = 20\,000$  €,  $y = 30\,000$  €,  $z = 10\,000$  €

$$\text{Comprobamos la solución: } \begin{cases} 20\,000 + 30\,000 + 10\,000 = 60\,000 \\ 20\,000 + 30\,000 = 50\,000 \\ 0,05 \cdot 20\,000 + 0,1 \cdot 30\,000 + 0,2 \cdot 10\,000 = 6\,000 \end{cases}$$