



Problema 42

42 Una cuadrilla de cinco jardineros debía podar una plantación trabajando de lunes a viernes. Cada día, cuatro podaban y el otro les ayudaba. Cada jardinero podó el mismo número de árboles cada día.

Los resultados de la poda fueron: lunes, 35 árboles podados; martes, 36; miércoles, 38; jueves, 39, y el viernes no sabemos si fueron 36 ó 38.

Calcula cuántos árboles diarios podó cada uno, sabiendo que fueron números enteros y que ninguno podó los cinco días.

Resolución

Llamamos:

$w = n.º$ de árboles diarios que poda el jardinero que descansa el lunes.

$t = n.º$ de árboles diarios que poda el jardinero que descansa el martes.

$z = n.º$ de árboles diarios que poda el jardinero que descansa el miércoles.

$y = n.º$ de árboles diarios que poda el jardinero que descansa el jueves.

$x = n.º$ de árboles diarios que poda el jardinero que descansa el viernes.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z + t = 35 \\ x + y + z + w = 36 \\ x + y + t + w = 38 \\ x + z + t + w = 39 \\ y + z + t + w = k \end{array} \right\}$$

Sumando las cinco igualdades, obtenemos $4x + 4y + 4z + 4t + 4w = 148 + k$, es decir:

$$4(x + y + z + t + w) = 148 + k, \text{ o bien } x + y + z + t + w = 37 + \frac{k}{4}$$

Si x, y, z, t, w son números enteros, su suma también lo será; luego k debe ser múltiplo de 4. Como nos dicen que vale 36 ó 38, ha de ser $k = 36$ (pues 38 no es múltiplo de 4).

Resolvemos el sistema, ahora que sabemos que $k = 36$.

La suma de las cinco igualdades dará lugar a:

$$x + y + z + t + w = 37 + \frac{36}{4} = 37 + 9 = 46$$

$$\text{Por tanto: } (x + y + z + t) + w = 35 + w = 46 \rightarrow w = 11$$

$$(x + y + z + w) + t = 36 + t = 46 \rightarrow t = 10$$

$$(x + y + t + w) + z = 38 + z = 46 \rightarrow z = 8$$

$$(x + z + t + w) + y = 39 + y = 46 \rightarrow y = 7$$

$$(y + z + t + w) + x = 36 + x = 46 \rightarrow x = 10$$

Así, el jardinero que descansa el lunes poda 11 árboles; el que descansa el martes, 10; el que descansa el miércoles, 8; el que descansa el jueves, 7, y el que descansa el viernes, 10.

$$\text{Comprobamos la solución: } \left\{ \begin{array}{l} 10 + 7 + 8 + 10 = 35 \\ 10 + 7 + 8 + 11 = 36 \\ 10 + 7 + 10 + 11 = 38 \\ 10 + 8 + 10 + 11 = 39 \\ 7 + 8 + 10 + 11 = 36 \end{array} \right.$$