



Ejercicio 12

12 Determina los valores de m para los cuales $X = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ verifique $X^2 - \frac{5}{2}X + I = 0$.

Resolución

Calculamos el primer miembro de la igualdad e igualamos a la matriz nula, $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$:

$$\begin{aligned} X^2 - \frac{5}{2}X + I &= \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \frac{5}{2} \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} m^2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} - \frac{5}{2} \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} m^2 - (5/2)m + 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Tiene que cumplirse que:

$$m^2 - \frac{5}{2}m + 1 = 0 \rightarrow 2m^2 - 5m + 2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow m = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $m_1 = 2$; $m_2 = \frac{1}{2}$