



Ejercicio 27

27 Calcula la matriz inversa de cada una de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Resolución

• $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) + 2 \cdot (2.^a) \\ (2.^a) \\ (3.^a) + (1.^a) \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ (3.^a) - (2.^a) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) - (3.^a) \\ (2.^a) \\ (3.^a) \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right) \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Comprobación: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

• $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) + (1.^a) \\ (3.^a) - 2 \cdot (1.^a) \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) + (3.^a) \\ (3.^a) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ 2 \cdot (3.^a) - (2.^a) \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -3 & -1 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) : 2 \\ (3.^a) : 2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -3/2 & -1/2 & 1/2 \end{array} \right)$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ -3/2 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Comprobación: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ -3/2 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$