3 RESOLUCIÓN DE SISTEMAS MEDIANTE DETERMINANTES

Hasta ahora conocías cuatro métodos para resolver sistemas de ecuaciones: sustitución, igualación, reducción y el método de Gauss. En esta unidad conocerás un método más, que además te permitirá estudiar teóricamente los sistemas de ecuaciones. Este nuevo sistema se basa en el uso de determinantes.

En esta unidad te presentamos el cálculo de determinantes. Junto a cuestiones eminentemente prácticas, podrás encontrar un buen equipaje teórico: nomenclatura, propiedades… Sin embargo, lo que más nos interesa en nuestra relación con WIRIS es la parte práctica: cómo calcular y operar con determinantes, comprobar las propiedades que hemos aprendido teóricamente, etc.

Luego el teorema de Rouché, que nos dice cuándo un sistema es compatible, observando la relación que hay entre el rango de la matriz de coeficientes y el rango de la matriz ampliada. Tal como vimos en la unidad 2, puedes calcular el rango de una matriz con el comando **rango**.

De nuevo, al igual que en la unidad anterior, debes preparar tu página en la pestaña **Matrices**. En ella puedes encontrar el icono que representa a los determinantes, .

Si quieres calcular el determinante de una matriz, solo tienes que pinchar en ese icono y el programa te preguntará cuál es el número de filas y el número de columnas de la matriz. Una vez escritos, en la pantalla podrás ver un determinante con sus elementos en blanco para que los rellenes con tu matriz. Al pulsar la pantalla te devuelve el resultado de tu determinante.

Si por alguna razón no introduces una matriz cuadrada, WIRIS te dirá que él esperaba una matriz cuadrada. Y hace bien, porque solo se pueden calcular determinantes de matrices cuadradas.

MENOR DE UNA MATRIZ

Uno de los elementos teóricos que tratamos en esta unidad es el de menor de una matriz, menor complementario y adjunto de un elemento en una matriz cuadrada. WIRIS permite calcular menores complementarios de elementos de matrices cuadradas. Veamos cómo.

En la pestaña **Matrices** utilizaremos el comando **menor**. La sintaxis de este comando es la siguiente:

menor(A, i, j)

La **A** es la matriz que hemos de definir previamente. La **i** representa la fila elegida, y la **j**, la columna elegida.

Por ejemplo, vamos a hallar el menor complementario del elemento a_{32} de la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -3 & 11 \\ 4 & 2 & 0 & 7 \\ 4 & 6 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$.

Lo haremos así:

$$\text{menor}\left(\begin{pmatrix} 3 & 7 & -3 & 11 \\ 4 & 2 & 0 & 7 \\ 4 & 6 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix},3,2\right) \rightarrow 198$$

MATRIZ INVERSA DE OTRA

En esta unidad también se estudia cómo calcular la inversa de una matriz, paso a paso. Con lo que hemos visto en la unidad 2, podrías hacer todos los cálculos, pero resulta mucho más fácil hallar directamente la inversa de una función como lo hace WIRIS, y así podrás comprobar tus cálculos.

Si quieres calcular la matriz inversa de una dada, solo tienes que escribir la matriz y, situando el cursor fuera de la matriz, pinchar en el icono $\square^{-1}$. Tras pulsar en =, aparecerá tu matriz inversa.

¿Cuál es la condición para que una matriz tenga inversa? Que su determinante no sea nulo.

0: Error, argumento: Esperaba matriz no singular.

Esto es lo que ocurre si introduces una matriz singular (las que tienen determinante nulo).

¿Cuáles son las matrices de las que se puede calcular su determinante? Las cuadradas.

0: Error, dimensión: La matriz tiene que ser cuadrada.

Pues eso, que te acuerdes de introducir bien las dimensiones de las matrices para que WIRIS no tenga que avisarte de que estás haciendo algo mal.

FORMA MATRICIAL DE UN SISTEMA DE ECUACIONES

Otra forma de resolver un sistema de ecuaciones es utilizando su forma matricial. Al final todo se reduce a una multiplicación de matrices. Esto también puedes hacerlo con WIRIS. Por ejemplo, resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - y - z = 1 \\ -x + 3z = 18 \\ -2x + 5y - 3z = -52 \end{cases}$$

En forma matricial, este sistema quedaría:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & 5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 18 \\ -52 \end{pmatrix}$$

Para resolver este problema, solo hay que utilizar el comando **Resolver** de la siguiente forma:

$$\mathrm{resolver}\left(\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & 5 & -3 \end{pmatrix},[1,18,-52]\right) \quad \boxed{=}$$

Tras pulsar $\boxed{=}$, WIRIS nos devuelve la solución del sistema:

$$\mathrm{resolver}\left(\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & 5 & -3 \end{pmatrix},[1,18,-52]\right) \rightarrow [3,-5,7]$$

Esta sería la forma de la solución en el caso de que el sistema fuera compatible determinado.

Si el sistema fuera incompatible, el programa WIRIS nos devolvería un **nulo**.

Si el sistema fuera compatible indeterminado, WIRIS nos devuelve una matriz (cuyas columnas forman una base del espacio vectorial de soluciones del sistema homogéneo asociado) y un vector que es una solución particular del sistema. Veamos un ejemplo:

$$\mathrm{resolver}\left(\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 11 & -1 & 0 \end{pmatrix},[2,15,21]\right) \rightarrow \left\{\left[\begin{pmatrix} \frac{1}{19} \\ \frac{11}{19} \\ 1 \end{pmatrix}\right],\left[\frac{40}{19},\frac{41}{19},0\right]\right\}$$