32 **Dada** $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, **halla una matriz** X **tal que** $AXA = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☛ ***Multiplica dos veces por*** A^{-1}, ***una vez por la izquierda y otra por la derecha.***

Resolución

Calculamos A^{-1} ($|A| = 1 \neq 0 \rightarrow$ existe A^{-1}):

$$\alpha_{ij} \longrightarrow Adj(A) \longrightarrow (Adj(A))^t \longrightarrow \frac{1}{|A|}(Adj(A))^t$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = A^{-1}$$

Por tanto:

$AXA = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1}\,AX\,AA^{-1} = A^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}A^{-1}$ (En el 1.^{er} miembro tenemos $A^{-1}A = AA^{-1} = I \rightarrow IXI = X$)

$$X = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$