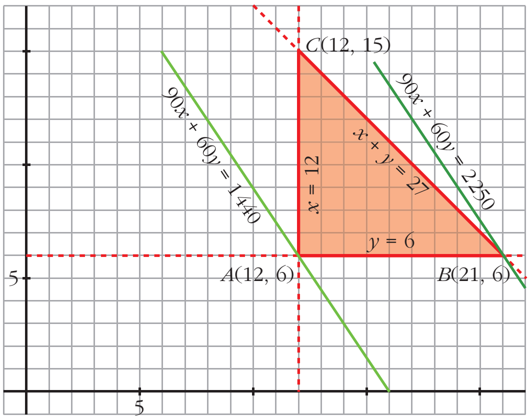
4. Resoluciones de la autoevaluación del libro de texto

1 **Representa el recinto limitado por las siguientes inecuaciones:** $\begin{cases} \boldsymbol{x + y \le 27} \\ \boldsymbol{x \ge 12} \\ \boldsymbol{y \ge 6} \end{cases}$

Halla los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = 90x + 60y$ en ese recinto.

Resolución



$F(x, y)$ toma el valor máximo en $B(21, 6)$.

$F(21, 6) = 90 \cdot 21 + 60 \cdot 6 = 2\,250$

$F(x, y)$ toma el valor mínimo en $A(12, 6)$.

$F(12, 6) = 90 \cdot 12 + 60 \cdot 6 = 1\,440$

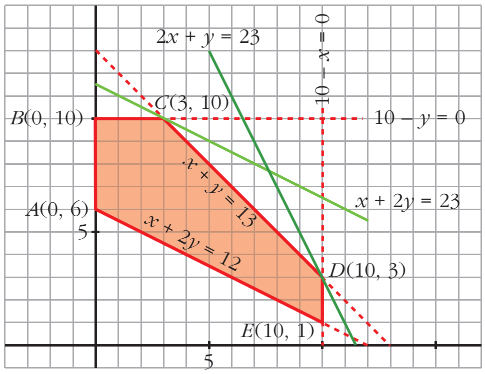
2 **Representa el recinto descrito por las siguientes inecuaciones:** $\begin{cases} \boldsymbol{x \ge 0, \;\; y \ge 0} \\ \boldsymbol{10 - x \ge 0} \\ \boldsymbol{10 - y \ge 0} \\ \boldsymbol{x + y \le 13} \\ \boldsymbol{x + 2y \ge 12} \end{cases}$

Halla el máximo y el mínimo de las siguientes funciones:

a) $F(x, y) = 2x + y$ **b)** $G(x, y) = x + 2y$

Resolución

La región factible es la zona sombreada de la siguiente figura:



$$\begin{cases} x \ge 0, \;\; y \ge 0 & \\ 10 - x \ge 0 & \to \; x \le 10 \\ 10 - y \ge 0 & \to \; y \le 10 \\ x + y \le 13 & \to \; y \le 13 - x \\ x + 2y \ge 12 & \to \; y \ge \dfrac{12 - x}{2} \end{cases}$$

a) $F(x, y) = 2x + y$ toma el valor máximo en el vértice $D(10, 3)$.

$F(10, 3) = 2 \cdot 10 + 3 = 23$ es máximo de F.

$F(x, y) = 2x + y$ toma el valor mínimo en el vértice $A(0, 6)$.

$F(0, 6) = 6$ es el valor mínimo de F en el recinto.

b) $G(x, y) = x + 2y$ toma el valor máximo en $C(3, 10)$.

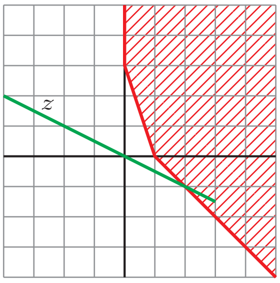
$G(3, 10) = 3 + 2 \cdot 10 = 23$ es máximo de G.

$G(x, y)$ toma el valor mínimo en cualquier punto del segmento AE. Por ejemplo:

En el vértice A su valor es $G(0, 6) = 0 + 2 \cdot 6 = 12$

En el vértice E su valor es $G(10, 1) = 10 + 2 \cdot 1 = 12$

3 **¿Tiene máximo la función *z* en el recinto señalado? ¿Y mínimo?**



Resolución

No tiene ni máximo ni mínimo.

4 **Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de alumnio. Para fabricar 100 m de cable de tipo A, se necesitan 10 kg de cobre, 2 kg de titanio y 1 kg de alumnio, y se obtiene de él un beneficio de 1 500 €. Para fabricar 100 m de cable de tipo B, se necesitan 15 kg de cobre, 1 kg de titanio y 1 kg de aluminio, y se obtiene un beneficio de 1 000 €.**

Calcula cuántos metros de cable hay que fabricar de cada tipo para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál es ese beneficio?

Resolución

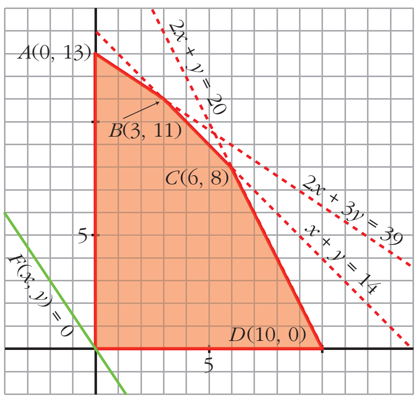
Llamamos: $x \rightarrow$ metros de cable de tipo A

$y \rightarrow$ metros de cable de tipo B

	CABLE TIPO A	CABLE TIPO B	DISPONIBLE
COBRE (kg)	$10x$	$15y$	195
TITANIO (kg)	$2x$	$1y$	20
ALUMINIO (kg)	$1x$	$1y$	14
BENEFICIO (€)	1 500	1 000	

Las restricciones del problema:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 10x + 15y \leq 195 \rightarrow 2x + 3y \leq 39 \\ 2x + y \leq 20 \\ x + y \leq 14 \end{cases}$$

La región factible es la zona sombreada:



Calculamos las coordenadas de los vértices B y C:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 39 \\ x + y = 14 \end{array}\right\} \; 39 - 2x = 42 - 3x \rightarrow x = 3 \rightarrow B(3, 11)$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 20 \\ x + y = 14 \end{array}\right\} \; 20 - 2x = 14 - x \rightarrow x = 6 \rightarrow C(6, 8)$$

La función objetivo que hay que maximizar es:

$F(x, y) = 1500x + 1000y$ $\quad F(0, 13) = 13\,000$ $\quad F(3, 11) = 15\,500$

$F(6, 8) = 17\,000$ $\quad F(10, 0) = 15\,000$

El beneficio máximo, que es de 17 000 euros, se obtiene en el punto $C(6, 8)$.

Es decir, para obtener el beneficio máximo será necesario fabricar 600 metros de cable del tipo A y 800 metros de cable del tipo B.