




5

LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD

Esta unidad está dedicada a los límites de funciones, es decir, qué comportamiento tiene la función cuando la variable independiente se comporta de cierta manera.

WIRIS es capaz de calcular el límite de cualquier función, en cualquier punto, de las que utilizamos normalmente en este curso. La única dificultad que puede tener el proceso es introducir correctamente la función para que WIRIS calcule el límite que le pidamos.

WIRIS nos ofrece tres iconos relacionados con esta unidad: el de límite, ; el de límite por la derecha, , y el de límite por la izquierda, . Estos dos últimos nos serán muy útiles después, cuando hablemos de la continuidad de una función.

LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

Como queremos calcular el límite de una función, lo primero que se nos ocurre es pulsar en el icono de límite. Esto es lo que aparece en la pantalla:



Podemos observar tres cajas verdes de texto, que son los datos que tenemos que aportar a WIRIS para que realice nuestro cálculo. En la caja grande de la derecha, como parece lógico, introducimos la expresión de nuestra función (luego veremos algunos ejemplos). En la caja pequeña de la izquierda tenemos que introducir la variable independiente. En la última caja tenemos que introducir a qué tiende la variable independiente; ya sea un número o infinito.

Una vez que sabemos esto, ya podemos ponernos a calcular límites uno detrás de otro. WIRIS no se cansa.

Algunos ejemplos de límites

$$\left[\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \rightarrow \cdot\infty \right]$$

$$\left[\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x \rightarrow 0 \right]$$

$$\left[\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_3(x) \rightarrow \cdot\infty \right]$$

El icono de límite lo puedes encontrar bajo la pestaña **Análisis**. Para escribir una potencia o un subíndice (la base del logaritmo, por ejemplo), encontrarás sus iconos bajo la pestaña **Operaciones**. Los símbolos de infinito están bajo la pestaña **Símbolos**.

Bajo esas tres pestañas puedes encontrar todos los iconos que necesitas para designar cualquier función: fracciones, raíces, potencias...

$$\left[\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \rightarrow e \right]$$

Ahí tenemos nuestro famoso número e . WIRIS te permitirá comprobar todas esas expresiones que, al calcular su límite, tienen alguna relación con el número e .

WIRIS también nos permite teclear comandos en vez de utilizar iconos. La sintaxis de esta operación es **limite(f,x,a)**, donde f es la función, x es la variable independiente y a es el valor hacia el que tiende esta última. Prueba tú a calcular algunos límites.

También podemos calcular límites cuando la variable tiende a un número concreto.

$$\left[\lim_{x \rightarrow 3} x^2 \rightarrow 9 \right]$$

Bueno, es una herramienta más que tenemos para comprobar todos los ejercicios que tengamos que hacer.

CONTINUIDAD DE FUNCIONES

Como habrás estudiado en tu libro de texto, para que una función sea continua en un punto $x = c$, debe cumplir tres condiciones:

- Que la función esté definida en ese punto.
- Que exista el límite de la función en ese punto, y que sea finito.
- Que el valor de ese límite coincida con el valor de la función en el punto.

Todas estas condiciones las podemos comprobar rápidamente con WIRIS. Por ejemplo, si quisiéramos comprobar si la función $f(x) = 1/x$ es continua en $x = 0$, tendríamos que empezar la comprobación viendo si la función f está definida en $x = 0$.

$$\left[\begin{array}{l} f(x) := \frac{1}{x} \\ f(0) \end{array} \right. \rightarrow x \mapsto \frac{1}{x}$$

Para definir una función utilizaremos el comando :=. ¿Existe $f(0)$ en este caso?

0: Error, división por cero: División por cero.

No. WIRIS nos dice que no podemos calcular $f(0)$. Eso significa que la función $1/x$ no está definida en ese punto, por lo que no puede ser continua.

Uno de los ejercicios más importantes que te encontrarás a estas alturas del curso es decidir si una función definida a trozos es o no continua en ciertos puntos (normalmente los puntos extremos de los intervalos en los que hemos definido su dominio).

La estrategia habitual en este tipo de ejercicios es calcular los límites laterales de la función en ciertos puntos. ¿Recuerdas que al principio de estas páginas te presentamos los iconos correspondientes al límite por la derecha y al límite por la izquierda? Pues ya sabes dónde aplicarlos.

En el manual de WIRIS podrás encontrar todos los comandos que necesites para definir cualquier función: con valor absoluto, trigonométricas, logarítmicas, etc. Investiga a ver cómo puedes definir este tipo de funciones para calcular los límites que necesites.