



Ejercicio 14

14 Estudia la continuidad de las siguientes funciones y represéntalas gráficamente:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0 \\ x + 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ x^2 - 2x & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 3x - x^2 & \text{si } x \leq 3 \\ x - 3 & \text{si } 3 < x < 6 \\ 0 & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$$

Resolución

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0 \\ x + 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ x^2 - 2x & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

- **Continuidad:**

— Si $x \neq 0$ y $x \neq 1 \rightarrow$ Es continua, pues está formada por funciones continuas.

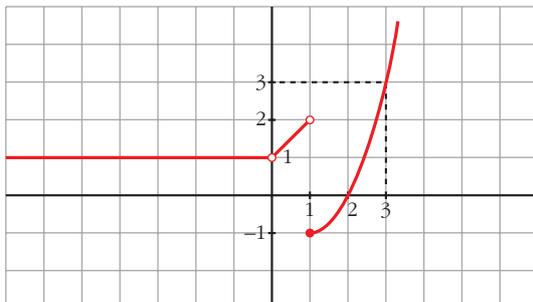
$$\text{— En } x = 0 \rightarrow \left. \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x + 1) = 1 \\ \text{No existe } f(0). \end{cases} \right\} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

Hay una discontinuidad evitable en $x = 0$.

$$\text{— En } x = 1 \rightarrow \left. \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 1) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 2x) = -1 \\ f(1) = -1 \end{cases} \right.$$

Discontinuidad de salto finito en $x = 1$.

- **Gráfica:**





Ejercicio 14

$$b) f(x) = \begin{cases} 3x - x^2 & \text{si } x \leq 3 \\ x - 3 & \text{si } 3 < x < 6 \\ 0 & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$$

• **Continuidad:**

— Si $x \neq 3$ y $x \neq 6 \rightarrow$ Es continua, pues está formada por funciones continuas.

$$\text{— En } x = 3 \rightarrow \left. \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (3x - x^2) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x - 3) = 0 \\ f(3) = 0 \end{cases} \right\} \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$$

$f(x)$ es continua en $x = 3$.

$$\text{— En } x = 6 \rightarrow \left. \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^-} (x - 3) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^+} 0 = 0 \\ f(6) = 0 \end{cases} \right\}$$

Discontinuidad de salto finito en $x = 6$.

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 0 = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - x^2) = -\infty$

• **Gráfica:**

