22 **Dada la función:**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2} + b & \text{si } x \leq -1 \\ 3x^2 + 4 & \text{si } -1 < x < 1 \\ -x^3 + 8 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

calcula el valor de b para que $f(x)$ sea continua en $x = -1$.

¿Es continua en $x = 1$?

Resolución

- Para que $f(x)$ sea continua en $x = -1$, ha de tenerse que:

$$\lim_{x \to -1} f(x) = f(-1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \displaystyle\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-} \left(\frac{1}{x^2} + b\right) = 1 + b \\ \displaystyle\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} (3x^2 + 4) = 7 \\ f(-1) = 1 + b \end{array}\right\} \text{Ha de ser } 1 + b = 7; \text{ es decir, } b = 6.$$

- Veamos que la función también es continua en $x = 1$:

$$\left.\begin{array}{l} \displaystyle\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} (3x^2 + 4) = 7 \\ \displaystyle\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} (-x^3 + 8) = 7 \\ f(1) = 7 \end{array}\right\} \lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$$

Por tanto, $f(x)$ es continua en $x = 1$.