



COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

Veamos, con unos ejemplos, cómo a partir de dos funciones se obtiene otra, llamada **función compuesta** de ambas.

■ Observa la siguiente secuencia:

$$16 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \sqrt{16} = 4 \xrightarrow{1/x} \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$$

Si ahora actuamos sobre una variable, x , obtenemos la función $\frac{1}{\sqrt{x}}$:

$$x \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \sqrt{x} \xrightarrow{1/x} \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Pongamos nombres a las funciones utilizadas:

$$\sqrt{x} = r(x) \quad \frac{1}{x} = v(x)$$

La función resultante se llama **función compuesta** de r y v , y se designa por $v \circ r$:

$$v \circ r(x) = v[r(x)] \rightarrow v \circ r(16) = v[r(16)] = v(\sqrt{16}) = v(4) = \frac{1}{4}$$

■ Otro ejemplo: $f(x) = x^2 - 5x$ $r(x) = \sqrt{x}$

$$x \xrightarrow{f} x^2 - 5x \xrightarrow{r} \sqrt{x^2 - 5x}$$

$$r \circ f(x) = r[f(x)] = \sqrt{x^2 - 5x}$$

$$r \circ f(9) = r[81 - 45] = r(36) = \sqrt{36} = 6$$

■ Observa que, en general, no es lo mismo componer dos funciones en un sentido que en sentido contrario:

$$x \xrightarrow{r} \sqrt{x} \xrightarrow{f} (\sqrt{x})^2 - 5 \cdot \sqrt{x} = x - 5\sqrt{x}$$

$$f \circ r(x) = f[r(x)] = x - 5\sqrt{x} \neq r \circ f(x) = \sqrt{x^2 - 5x}$$

$$f \circ r(9) = f(\sqrt{9}) = f(3) = 3^2 - 5 \cdot 3 = -6 \neq r \circ f(9) = 6$$

Dadas dos funciones, f y g , se llama **función compuesta** de f y g , y se designa por $g \circ f$, a la función que transforma x en $g[f(x)]$:

$$x \xrightarrow{g \circ f} g[f(x)] \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{g \circ f} \\ \begin{array}{ccc} x & \xrightarrow{f} & f(x) \\ & & \xrightarrow{g} \\ & & g[f(x)] \end{array} \end{array}$$

La expresión $g \circ f(x)$ se lee *f compuesta con g*. Se nombra en primer lugar la función de la derecha porque es la primera en actuar sobre la x .

En general, la función $f[g(x)]$ es distinta de $g[f(x)]$.

EJERCICIOS

1 Si $f(x) = x^2 - 5x + 3$ y $g(x) = x^2$, obtén las expresiones de $f[g(x)]$ y $g[f(x)]$. Halla $f[g(4)]$ y $g[f(4)]$.

2 Si $f(x) = \text{sen } x$, $g(x) = x^2 + 5$, halla $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ y $g \circ g$. Calcula el valor de estas funciones en $x = 0$ y $x = 2$.