

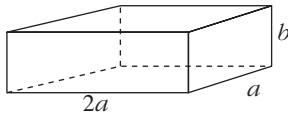


Ejercicio 17

17 Se quiere fabricar una caja de volumen máximo que sea el doble de larga que de ancha y que, además, la suma del ancho más el largo más el alto sea igual a un metro.

Calcula las medidas que debe tener la caja y cuál será su volumen.

Resolución



$$\text{Volumen de la caja: } V = 2a \cdot a \cdot b = 2a^2b$$

$$a + 2a + b = 1 \rightarrow b = 1 - 3a$$

$$V = 2a^2(1 - 3a) = 2a^2 - 6a^3$$

Para hallar el máximo volumen, derivamos e igualamos a cero:

$$V' = 4a - 18a^2 = 0 \rightarrow a(4 - 18a) = 0 \begin{cases} a = 0 \text{ (no vale)} \\ a = \frac{2}{9} \end{cases}$$

Comprobamos si el volumen es máximo para $a = \frac{2}{9}$:

$$V'' = 4 - 36a \rightarrow V''\left(\frac{2}{9}\right) = 4 - 36 \cdot \frac{2}{9} = -4 < 0, \text{ máximo}$$

Si $a = \frac{2}{9}$ m, el largo será $2 \cdot \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$ m, y el alto, $1 - \frac{6}{9} = \frac{1}{3}$ m.

El volumen máximo es:

$$V = \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{243} \text{ m}^3$$