



Ejercicio 34

34 El número de vehículos que ha pasado cierto día por el peaje de una autopista viene dado por la función:

$$N(t) = \begin{cases} \left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2 & \text{si } 0 \leq t \leq 9 \\ 10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2 & \text{si } 9 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

donde N indica el número de vehículos y t el tiempo transcurrido en horas desde las 0:00 h.

a) ¿Entre qué horas aumentó el número de vehículos que pasaba por el peaje?

b) ¿A qué hora pasó el mayor número de vehículos? ¿Cuántos fueron?

Resolución

a) Para saber cuándo la función es creciente, estudiaremos el signo de su derivada.

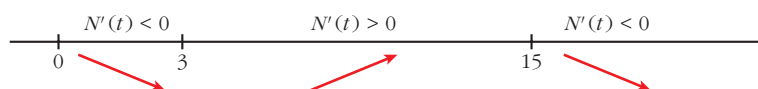
Las funciones con las que $N(t)$ está definida son continuas y derivables si $0 \leq t < 9$ y si $9 < t \leq 24$. Estudiamos la derivabilidad en $t = 9$:

$$N'(t) = \begin{cases} \frac{2}{3} \left(\frac{t-3}{3}\right) & \text{si } 0 \leq t < 9 \\ -\frac{2}{3} \left(\frac{t-15}{3}\right) & \text{si } 9 < t \leq 24 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} N'(9^-) = \frac{4}{3} \\ N'(9^+) = \frac{4}{3} \end{array} \right\} N \text{ es derivable en } t = 9.$$

$$N'(t) = 0 \begin{cases} \frac{2}{3} \left(\frac{t-3}{3}\right) = 0 \rightarrow t = 3 \\ -\frac{2}{3} \left(\frac{t-15}{3}\right) = 0 \rightarrow t = 15 \end{cases}$$

Signo de $N'(t)$:



El número de vehículos aumentó entre las 3 h y las 15 h.

b) El máximo absoluto de una función continua definida en un intervalo cerrado se encuentra entre los máximos relativos de la función o en los extremos del intervalo:

$$N(0) = 3; \quad N(15) = 10; \quad N(24) = 1$$

El mayor número de vehículos pasó a las 15 h, y fueron 10 vehículos.