Soluciones

Representa las siguientes funciones polinómicas:

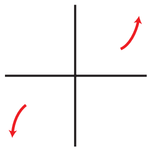
1 $y = x^3 - 3x^2 + 4$

Resolución

Ramas infinitas

$$\lim_{x \to -\infty} (x^3 - 3x^2 + 4) = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} (x^3 - 3x^2 + 4) = +\infty$$



Puntos singulares

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

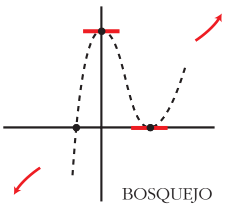
$f'(x) = 0 \iff 3x^2 - 6x = 0 \iff (3x - 6)x = 0.$ Soluciones: $\begin{cases} x_1 = 0 \to f(0) = 4 \\ x_2 = 2 \to f(2) = 0 \end{cases}$

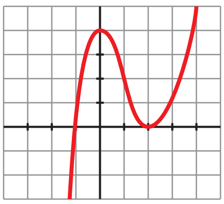
Cortes con los ejes

Eje X: $f(x) = 0 \iff x^3 - 3x^2 + 4 = 0.$ Soluciones: $\begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$

Eje Y: $(0, 4)$.

Representación





$y = x^3 - 3x^2 + 4$

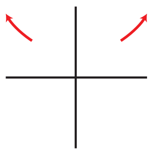
2 $y = 3x^4 + 4x^3 - 36x^2 + 100$

Resolución

Ramas infinitas

$$\lim_{x \to -\infty} (3x^4 + 4x^3 - 36x^2 + 100) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} (3x^4 + 4x^3 - 36x^2 + 100) = +\infty$$



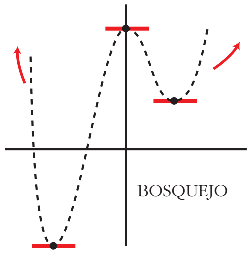
Puntos singulares

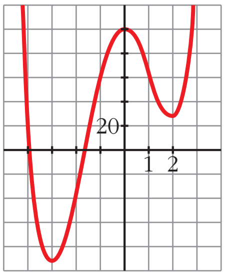
$$\left.\begin{array}{l} f'(x) = 12x^3 + 12x^2 - 72x \\ f'(x) = 0 \iff x_1 = 0,\ x_2 = 2,\ x_3 = -3 \\ f(0) = 100,\ f(2) = 36,\ f(-3) = -89 \end{array}\right\} \quad (-3, -89),\ (0, 100)\ \text{y}\ (2, 36)$$

Soluciones

Representación

Los cortes con el eje X no sabemos calcularlos. Para dibujar la curva con más precisión, hallaremos otros puntos: (–4, 36), (–2, –28), (–1, 63), …





$y = 3x^4 + 4x^3 - 36x^2 + 100$

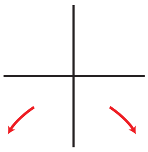
3 $y = -3x^4 + 4x^3$

Resolución

Ramas infinitas

$\lim\limits_{x \to -\infty} (-3x^4 + 4x^3) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} (-3x^4 + 4x^3) = -\infty$



Puntos singulares

$f'(x) = -12x^3 + 12x^2$

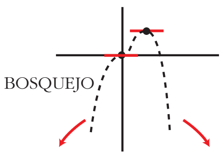
$f'(x) = 0 \iff -12x^2(x-1) = 0 \iff x_1 = 0,\ x_2 = 1 \left\{ \begin{array}{l} (0, 0) \\ (1, 1) \end{array} \right.$

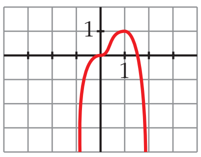
Cortes con los ejes

Eje X: $f(x) = 0 \iff x^3(-3x + 4) = 0$. Soluciones: 0 y 4/3 $\to$ (0, 0) y (4/3, 0)

Eje Y: (0, 0)

Representación





$y = -3x^4 + 4x^3$

Baja muy rápidamente,
pero no tiene asíntotas verticales.

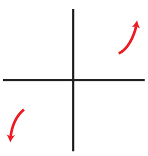
4 $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 8$

Resolución

Ramas infinitas

$\lim\limits_{x \to -\infty} (2x^3 - 3x^2 - 12x + 8) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} (2x^3 - 3x^2 - 12x + 8) = +\infty$



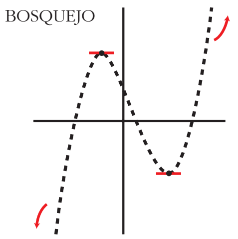
Soluciones

Puntos singulares

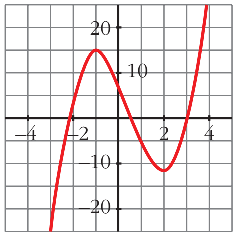
$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \iff x_1 = -1, \ \ x_2 = 2 \ \ \to \ \ (-1, 15), \ \ (2, -12)$

Representación

Los cortes con el eje X no sabemos calcularlos. Para dibujar la curva con más precisión, hallaremos otros puntos: $(-2, 4)$, $(0, 8)$, $(1, -5)$, $(3, -1)$, …



$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 8$



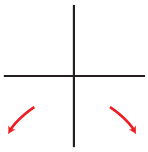
5 $\boldsymbol{y = -3x^4 + 4x^3 + 36x^2 - 90}$

Resolución

Ramas infinitas

$\lim\limits_{x \to -\infty} (-3x^4 + 4x^3 + 36x^2 - 90) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} (-3x^4 + 4x^3 + 36x^2 - 90) = -\infty$



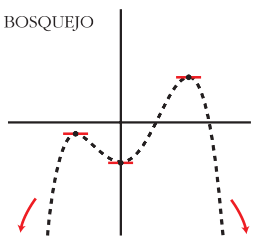
Puntos singulares

$f'(x) = -12x^3 + 12x^2 + 72x = -12x(x^2 - x - 6) = 0$

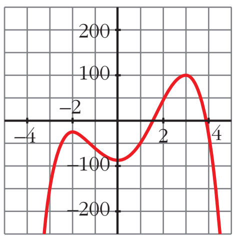
$x_1 = 0, \ \ x_2 = 3, \ \ x_3 = -2 \ \ \to \ \ (-2, -26), (0, -90) \text{ y } (3, 99)$

Representación

Los cortes con el eje X no sabemos calcularlos. Para dibujar la curva con más precisión, hallaremos otros puntos: $(-3, -117)$, $(-1, -61)$, $(1, -53)$, $(2, 38)$, $(4, -26)$



$y = -3x^4 + 4x^3 + 36x^2 - 90$



Soluciones

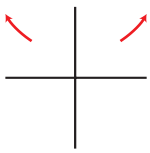
6 $y = x^4 + 4x^3$

Resolución

Ramas infinitas

$$\lim_{x \to -\infty} (x^4 + 4x^3) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} (x^4 + 4x^3) = +\infty$$



Puntos singulares

$f'(x) = 4x^3 + 12x^2 = 4x^2(x + 3) = 0 \iff x_1 = 0,\ x_2 = -3 \rightarrow (-3, -27), (0, 0)$

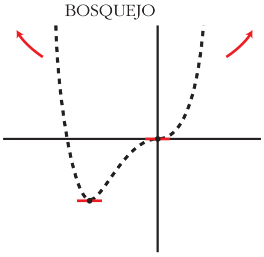
Mínimo en (–3, –27); punto de inflexión en (0, 0).

Puntos de corte con los ejes

(0, 0) y (–4, 0)

Representación

BOSQUEJO



$y = x^4 + 4x^3$