



Ejercicio 7

7 Estudia las ramas infinitas, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, máximos, mínimos y puntos de inflexión de las siguientes funciones. Representálas gráficamente:

a) $y = 3 + (2 - x)^3$

b) $y = 2 - (x - 3)^4$

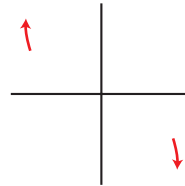
c) $y = (x + 1)^6 - 5$

d) $y = 3 - (1 - x)^3$

Resolución

a) $y = 3 + (2 - x)^3$

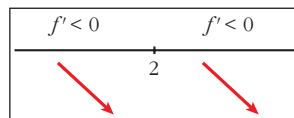
- Ramas infinitas $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \end{array} \right.$



- Puntos singulares:

$$f'(x) = -3(2 - x)^2; \quad -3(2 - x)^2 = 0 \rightarrow x = 2; \quad f(2) = 3$$

Signo de f' :



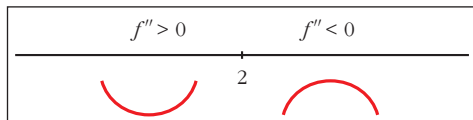
f es decreciente en \mathbb{R} .

No tiene máximos ni mínimos.

Puntos de inflexión:

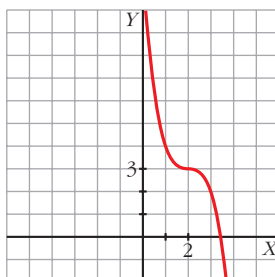
$$f''(x) = 6(2 - x); \quad 6(2 - x) = 0 \rightarrow x = 2; \quad f(2) = 3$$

Signo de f'' :



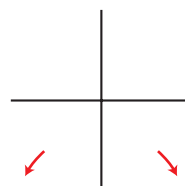
El punto $(2, 3)$ es un punto de inflexión con tangente horizontal ($f''(2) = 0$ y $f'(2) = 0$).

- Gráfica:



b) $y = 2 - (x - 3)^4$

- Ramas infinitas $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \end{array} \right.$



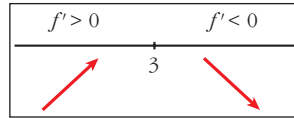
- Puntos singulares:

$$f'(x) = -4(x - 3)^3; \quad -4(x - 3)^3 = 0 \rightarrow x = 3; \quad f(3) = 2$$



Ejercicio 7

Signo de f' :



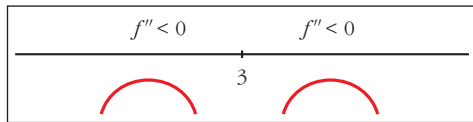
f es creciente en $(-\infty, 3)$ y decreciente en $(3, +\infty)$.

Tiene un máximo en $(3, 2)$.

Puntos de inflexión:

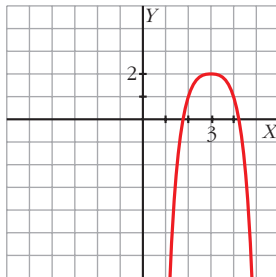
$$f''(x) = -12(x - 3)^2; \quad -12(x - 3)^2 = 0 \rightarrow x = 3; \quad f(3) = 2$$

Signo de f'' :



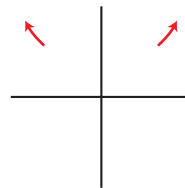
No tiene puntos de inflexión.

- Gráfica:



c) $y = (x + 1)^6 - 5$

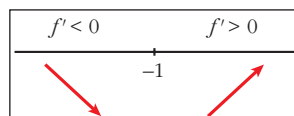
- Ramas infinitas $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \end{array} \right.$



- Puntos singulares:

$$f'(x) = 6(x + 1)^5; \quad 6(x + 1)^5 = 0 \rightarrow x = -1; \quad f(-1) = -5$$

Signo de f' :



Decreciente en $(-\infty, -1)$. Creciente en $(-1, +\infty)$.

Mínimo en $(-1, -5)$.

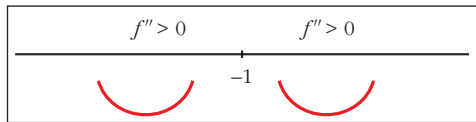
Puntos de inflexión:

$$f''(x) = 30(x + 1)^4; \quad 30(x + 1)^4 = 0 \rightarrow x = -1; \quad f(-1) = -5$$



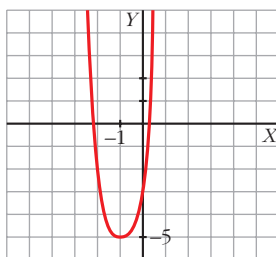
Ejercicio 7

Signo de f'' :



No tiene puntos de inflexión.

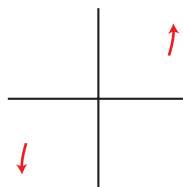
- Gráfica:



d) $y = 3 - (1 - x)^3$

- Ramas infinitas

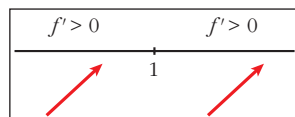
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \end{cases}$$



- Puntos singulares:

$$f'(x) = 3(1 - x)^2; \quad 3(1 - x)^2 = 0 \rightarrow x = 1; \quad f(1) = 3$$

Signo de f' :



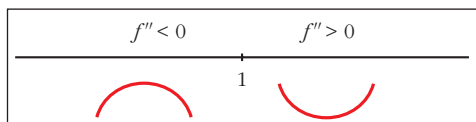
f es creciente en \mathbb{R} .

No tiene máximos ni mínimos.

Puntos de inflexión:

$$f''(x) = -6(1 - x); \quad -6(1 - x) = 0 \rightarrow x = 1; \quad f(1) = 3$$

Signo de f'' :



(1, 3) es un punto de inflexión con tangente horizontal, puesto que $f'(1) = 0$.

- Gráfica:

