



Ejercicio 14

14 En las funciones del ejercicio anterior, determina los máximos y los mínimos de los apartados a), b), c) y d) y las asíntotas en e) y f).

a) $y = (x - 2)|x|$

b) $y = x|x - 1|$

c) $y = |-x^2 + 1|$

d) $y = |x^2 - 4x|$

e) $y = \frac{1}{|x|}$

f) $y = \frac{1}{|x - 2|}$

Resolución

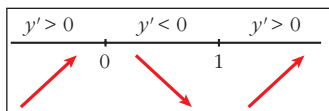
Máximos y mínimos

a) $y = (x - 2)|x| = \begin{cases} -x^2 + 2x & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \rightarrow y' = \begin{cases} -2x + 2 & \text{si } x < 0 \\ 2x - 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

No es derivable en $x = 0$.

$$y' = 0 \begin{cases} -2x + 2 = 0 \rightarrow x = 1 \text{ (no vale, porque } x < 0) \\ 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1, f(1) = 1 - 2 = -1 \end{cases}$$

Signo de y' :



Máximo: (0, 0)

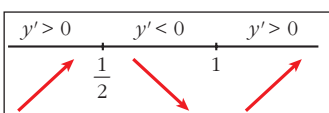
Mínimo: (1, -1)

b) $y = x|x - 1| = \begin{cases} -x^2 + x & \text{si } x < 1 \\ x^2 - x & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \rightarrow y' = \begin{cases} -2x + 1 & \text{si } x < 1 \\ 2x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

No es derivable en $x = 1$.

$$y' = 0 \begin{cases} -2x + 1 = 0 \rightarrow x = 1/2, f(1/2) = 1/4 \\ 2x - 1 = 0 \rightarrow x = 1/2 \text{ (no vale, } x > 1) \end{cases}$$

Signo de y' :



Máximo: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$

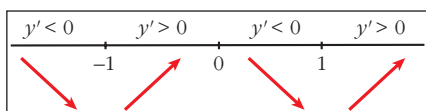
Mínimo: (1, 0)

c) $y = |-x^2 + 1| = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < -1 \\ -x^2 + 1 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases} \rightarrow y' = \begin{cases} 2x & \text{si } x < -1 \\ -2x & \text{si } -1 < x < 1 \\ 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

No es derivable en $x = -1$, ni en $x = 1$.

$$y' = 0 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0$$

Signo de y' :



Máximo: (0, 1)

Mínimos: (-1, 0) y (1, 0)



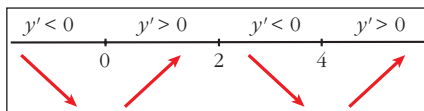
Ejercicio 14

$$d) y = |x^2 - 4x| = \begin{cases} x^2 - 4x & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 4x & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ x^2 - 4x & \text{si } x > 4 \end{cases} \rightarrow y' = \begin{cases} 2x - 4 & \text{si } x < 0 \\ -2x + 4 & \text{si } 0 < x < 4 \\ 2x - 4 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

No es derivable en $x = 0$, ni en $x = 4$.

$$y' = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \rightarrow x = 2 \text{ (no vale, } x < 0) \\ -2x + 4 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow f(2) = 4 \\ 2x - 4 = 0 \rightarrow x = 2 \text{ (no vale, } x > 4) \end{cases}$$

Signo de y' :



Máximo: (2,4)

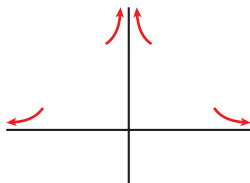
Mínimos: (0, 0) y (4, 0)

Asíntotas

$$e) y = \frac{1}{|x|} = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- Asíntota vertical: $x = 0$, porque $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = +\infty$.
- Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{|x|} = 0$ con $y > 0$.

Posición:



$$f) y = \frac{1}{|x-2|} = \begin{cases} -\frac{1}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- Asíntota vertical: $x = 2$, porque $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{|x-2|} = +\infty$.
- Asíntota horizontal: $y = 0$, porque $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{|x-2|} = 0$ con $y > 0$.

Posición:

