Resolución de algunos Ejercicios y Problemas:
Ejercicio 25

25 **Dada la función $f(x) = ax + b + \dfrac{8}{x}$, calcula a y b para que la gráfica de f pase por el punto $(-2, -6)$ y tenga, en ese punto, tangente horizontal. Para esos valores de a y b, representa la función.**

Resolución

$f(x) = ax + b + \dfrac{8}{x}$; $f'(x) = a - \dfrac{8}{x^2}$

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ \text{Pasa por } (-2, -6),\ f(-2) = -6 \ \to\ -2a + b - 4 = -6 \\ \bullet\ \text{Tangente horizontal } \to\ f'(-2) = 0 \ \to\ a - 2 = 0\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}-2a + b = -2 \\ a = 2\end{array}\right\} a = 2;\ b = 2$$

Para estos valores, queda: $f(x) = 2x + 2 + \dfrac{8}{x}$

- **Dominio:** $\mathbb{R} - \{0\}$
- **Asíntotas:**

$$\left.\begin{array}{l}\displaystyle\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty \\ \displaystyle\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty\end{array}\right\} x = 0 \text{ es asíntota vertical.}$$

$f(x) = 2x + 2 + \dfrac{8}{x} \ \to\ y = 2x + 2$ es asíntota oblicua.

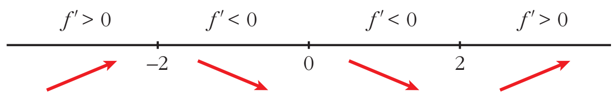
(Si $x \to -\infty$, $f(x) < 2x + 2$; si $x \to +\infty$, $f(x) > 2x + 2$)

- **Puntos singulares:**

$f'(x) = 2 - \dfrac{8}{x^2} = \dfrac{2x^2 - 8}{x^2}$

$f'(x) = 0 \ \to\ 2x^2 - 8 = 0 \ \to\ x^2 = 4 \left\langle \begin{array}{l} x = -2,\ f(-2) = -6 \\ x = 2,\ f(2) = 10 \end{array}\right.$

Signo de $f'(x)$:



$f(x)$ es creciente en $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$.

es decreciente en $(-2, 0) \cup (0, 2)$.

tiene un máximo en $(-2, -6)$.

tiene un mínimo en $(2, 10)$.

- **Gráfica:**