



Ejercicio 20

20 Calcula el área limitada por la gráfica de $y = x + x^2$, la tangente a esa curva en $x = 2$ y el eje de abscisas.

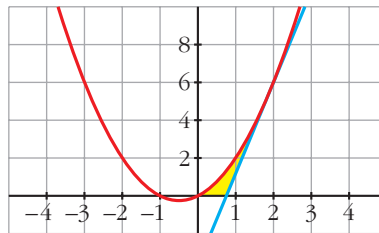
Resolución

- Recta tangente en $x = 2$:

$$y' = 1 + 2x \rightarrow m = y'(2) = 5; \quad y(2) = 6$$

$$\text{Recta} \rightarrow y = 6 + 5(x - 2) = 5x - 4$$

- Hacemos las gráficas para entender mejor la situación:



- Puntos de corte de $y = x + x^2$ con el eje X :

$$x + x^2 = 0 \rightarrow x_1 = -1, \quad x_2 = 0$$

- Punto de corte de $y = 5x - 4$ con el eje X :

$$5x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4}{5}$$

- Área bajo $y = x + x^2$ entre 0 y 2:

$$G_1(x) = \int (x + x^2) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

$$G_1(2) = \frac{14}{3}; \quad G_1(0) = 0$$

$$\text{Área} = |G_1(2) - G_1(0)| = \frac{14}{3} \text{ u}^2$$

- Área bajo $y = 5x - 4$ entre $\frac{4}{5}$ y 2:

$$G_2(x) = \int (5x - 4) dx = \frac{5x^2}{2} - 4x$$

$$G_2\left(\frac{4}{5}\right) = -\frac{8}{5}; \quad G_2(2) = 2$$

$$\text{Área} = \left| G_2(2) - G_2\left(\frac{4}{5}\right) \right| = 2 + \frac{8}{5} = \frac{18}{5} \text{ u}^2$$

- El área buscada es: $\frac{14}{3} - \frac{18}{5} = \frac{16}{15} \text{ u}^2$