



Ejercicio 31

31 En una población, una variable aleatoria sigue una ley normal de media desconocida y desviación típica 2.

a) Observada una muestra de tamaño 400, tomada al azar, se ha obtenido una media muestral igual a 50.

Calcula un intervalo, con el 97% de confianza, para la media de la población.

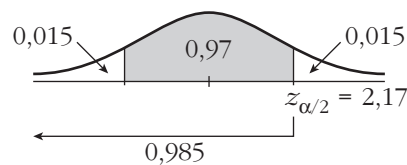
b) Con el mismo nivel de confianza, ¿qué tamaño mínimo debe tener la muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, 1?

Resolución

a) Los intervalos de confianza para la media poblacional tienen la forma:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

A una confianza del 97% le corresponde un $z_{\alpha/2} = 2,17$:



El intervalo pedido es:

$$\left(50 - 2,17 \cdot \frac{2}{\sqrt{400}}, 50 + 2,17 \cdot \frac{2}{\sqrt{400}} \right) = (49,783; 50,217)$$

b) Si la amplitud del intervalo ha de ser como máximo 1, el error máximo admisible será 0,5. Así:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0,5 = 2,17 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2,17 \cdot 2}{0,5} = 8,68 \Rightarrow n = 75,34$$

El tamaño de la muestra ha de ser, como mínimo, 76.