

27. orrialdea

HAUSNARTU ETA EBATZI

Z-tik Q-ra igaro

- Esan honako ekuazio hauetako zein ebatz daitekeen \mathbb{Z} multzoan eta zein ebazteko behar den zenbaki arrazionalen multzoa, \mathbb{Q} .

a) $-5x = 60$

b) $-7x = 22$

c) $2x + 1 = 15$

d) $6x - 2 = 10$

e) $-3x - 3 = 1$

f) $-x + 7 = 6$

Se pueden resolver en \mathbb{Z} a), c), d) y f).

Hay que recurrir a \mathbb{Q} para resolver b) y e).

Q-tik IR-ra igaro

- Ebatzi orain honako ekuazio hauek:

a) $x^2 - 9 = 0$

b) $5x^2 - 15 = 0$

c) $x^2 - 3x - 4 = 0$

d) $2x^2 - 5x + 1 = 0$

e) $7x^2 - 7x = 0$

f) $2x^2 + 3x = 0$

a) $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$

b) $5x^2 - 15 = 0 \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

c) $x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases}$

d) $2x^2 - 5x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 8}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4} = \begin{cases} \frac{5 + \sqrt{17}}{4} \\ \frac{5 - \sqrt{17}}{4} \end{cases}$

e) $7x^2 - 7x = 0 \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x = 0, x = 1$

f) $2x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(2x + 3) = 0 \rightarrow x = 0, x = -\frac{3}{2}$

Zenbaki irrazionalak

- **Egiaztatu $\sqrt{2}$ irrazionala dela. Horretarako, suposatu irrazionala ez dela: $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$. Eginber bi eta kontraesan batera helduko zara.**

Supongamos que $\sqrt{2}$ no es irracional. Entonces, se podría poner en forma de fracción:

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \rightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2} \rightarrow p^2 = 2q^2$$

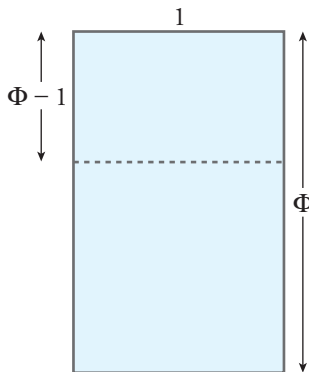
En p^2 , el factor 2 está un número par de veces (es decir, en la descomposición de factores primos de p^2 , el exponente de 2 es par). Lo mismo ocurre con q^2 . Por tanto, en $2q^2$ el exponente de 2 es un número impar. De ser así, no se podría cumplir la igualdad.

Suponiendo que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ llegamos a una contradicción:

$$"p^2 = 2q^2, \text{ pero } p^2 \text{ no puede ser igual a } 2q^2".$$

Por tanto, $\sqrt{2}$ no puede ponerse en forma de fracción. No es racional.

- **Lortu Φ -ren balioa, kontuan hartuta $\Phi : 1$ neurriko laukizuzen bat eta laukizuzen horri karratu bat kenduz gero lortzen dena antzekoak direla.**



$$\frac{\Phi}{1} = \frac{1}{\Phi-1} \rightarrow \Phi(\Phi-1) = 1 \rightarrow \Phi^2 - \Phi - 1 = 0$$

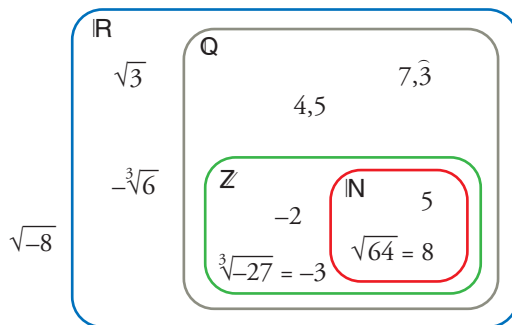
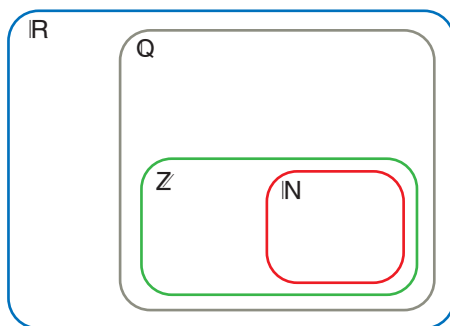
$$\Phi = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \begin{cases} \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ (negativo)} \end{cases}$$

Como Φ ha de ser positivo, la única solución válida es $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

28. orrialdea

1. Kokatu honako zenbaki hauek diagraman:

$$\sqrt{3}; 5; -2; 4,5; 7,\widehat{3}; -\sqrt[3]{6}; \sqrt{64}; \sqrt[3]{-27}; \sqrt{-8}$$



2. Kokatu aurreko ariketako zenbakiak honako lauki hauetan. Zenbaki bakoitza lauki batean baino gehiagotan egon daiteke.

ARRUNTAK, \mathbb{N}	
OSOAK, \mathbb{Z}	
ARRAZIONALAK, \mathbb{Q}	
ERREALAK, \mathbb{R}	
EZ ERREALAK	

Gehitu beste zenbaki bat (zuk nahi duzuna) laukietako bakoitzean.

ARRUNTAK, \mathbb{N}	$5; \sqrt{64}$
OSOAK, \mathbb{Z}	$5; -2; \sqrt{64}; \sqrt[3]{-27}$
ARRAZIONALAK, \mathbb{Q}	$5; -2; 4,5; 7,\widehat{3}; \sqrt[3]{-27}; \sqrt{64}$
ERREALAK, \mathbb{R}	$\sqrt{3}; 5; -2; 4,5; 7,\widehat{3}; -\sqrt[3]{6}; \sqrt{64}; \sqrt[3]{-27}$
EZ ERREALAK	$\sqrt{-8}$

29. orrialdea

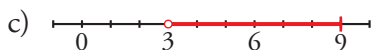
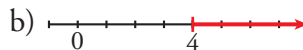
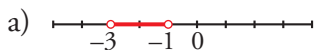
3. Adierazi honako multzo hauek:

a) $(-3, -1)$

b) $[4, +\infty)$

c) $(3, 9]$

d) $(-\infty, 0)$



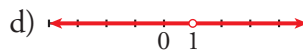
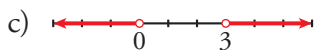
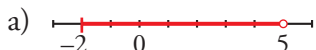
4. Adierazi honako multzo hauek:

a) $\{x / -2 \leq x < 5\}$

b) $[-2, 5) \cup (5, 7]$

c) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$

d) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$



30. orrialdea

1. Kalkulatu honako balio absolutu hauek:

a) $|-11|$

b) $|\pi|$

c) $|-\sqrt{5}|$

d) $|0|$

e) $|3 - \pi|$

f) $|3 - \sqrt{2}|$

g) $|1 - \sqrt{2}|$

h) $|\sqrt{2} - \sqrt{3}|$

i) $|7 - \sqrt{50}|$

a) 11

b) π

c) $\sqrt{5}$

d) 0

e) $|3 - \pi| = \pi - 3$

f) $|3 - \sqrt{2}| = 3 - \sqrt{2}$

g) $|1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$

h) $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

i) $|7 - \sqrt{50}| = \sqrt{50} - 7$

2. Esan x -ren zer baliotarako betetzen diren honako erlazio hauek:

a) $|x| = 5$

b) $|x| \leq 5$

c) $|x - 4| = 2$

d) $|x - 4| \leq 2$

e) $|x - 4| > 2$

f) $|x + 4| > 5$

a) 5 y -5

b) $-5 \leq x \leq 5$; $[-5, 5]$

c) 6 y 2

d) $2 \leq x \leq 6$; $[2, 6]$

e) $x < 2$ o $x > 6$; $(-\infty, 2) \cup (6, +\infty)$

f) $x < -9$ o $x > 1$; $(-\infty, -9) \cup (1, +\infty)$

31. orrialdea

1. Sinplifikatu:

a) $\sqrt[12]{x^9}$

b) $\sqrt[12]{x^8}$

c) $\sqrt[3]{y^{10}}$

d) $\sqrt[6]{8}$

e) $\sqrt[3]{64}$

f) $\sqrt[8]{81}$

a) $\sqrt[12]{x^9} = \sqrt[4]{x^3}$

b) $\sqrt[12]{x^8} = \sqrt[3]{x^2}$

c) $\sqrt[5]{y^{10}} = y^2$

d) $\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$

e) $\sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

f) $\sqrt[8]{81} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt{3}$

2. Zein da handiena, $\sqrt[4]{31}$ o $\sqrt[3]{13}$?

Reducimos a índice común:

$$\sqrt[4]{31} = \sqrt[12]{29791}; \quad \sqrt[3]{13} = \sqrt[12]{28561}$$

Por tanto, es mayor $\sqrt[4]{31}$.

3. Laburtu errotzaile komunera:

a) $\sqrt[12]{a^5}$ y $\sqrt[18]{a^7}$

b) $\sqrt[3]{51}$ y $\sqrt[2]{132650}$

a) $\sqrt[12]{a^5} = \sqrt[36]{a^{15}}; \quad \sqrt[18]{a^7} = \sqrt[36]{a^{14}}$

b) $\sqrt[3]{51} = \sqrt[6]{132651}; \quad \sqrt[2]{132650}$

4. Sinplifikatu:

a) $(\sqrt{\sqrt{k}})^8$

b) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}}$

c) $\sqrt[3]{(\sqrt{x})^6}$

a) $(\sqrt[8]{k})^8 = k$

b) $\sqrt[15]{x^{10}} = \sqrt[3]{x^2}$

c) $\sqrt[6]{x^6} = x$

32. orrialdea

5. Laburtu:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{3}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2}$

d) $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[3]{4}$

a) $\sqrt[15]{2^5} \cdot \sqrt[15]{2^3} = \sqrt[15]{2^8}$

b) $\sqrt[6]{3^4} \cdot \sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{3^5}$

c) $\sqrt[8]{2^4} \cdot \sqrt[8]{2^2} \cdot \sqrt[8]{2} = \sqrt[8]{2^7}$

d) $\sqrt[12]{8^3} \cdot \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{(2^3)^3 \cdot (2^2)^4} = \sqrt[12]{2^{17}} = 2\sqrt[12]{2^5}$

6. Sinplifikatu:

$$\text{a) } \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}} \quad \text{b) } \frac{\sqrt{a \cdot b}}{\sqrt[3]{a \cdot b}} \quad \text{c) } \frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} \quad \text{d) } \frac{\sqrt[4]{a^3 \cdot b^5 \cdot c}}{\sqrt{a \cdot b^3 \cdot c^3}}$$

$$\text{a) } \sqrt{\frac{x^3}{x^5}} = \sqrt{\frac{1}{x^2}} = \sqrt{x^{-2}}$$

$$\text{b) } \sqrt[6]{\frac{a^3 b^3}{a^2 b^2}} = \sqrt[6]{a b}$$

$$\text{c) } \sqrt[6]{\frac{a^3}{a^4}} = \sqrt[6]{\frac{1}{a}} = \sqrt[6]{a^{-1}}$$

$$\text{d) } \sqrt[4]{\frac{a^3 b^5 c}{a^2 b^6 c^6}} = \sqrt[4]{\frac{a}{b c^5}} = \frac{1}{c} \sqrt[4]{\frac{a}{b c}}$$

7. Laburtu:

$$\text{a) } \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt{3}} \quad \text{b) } \frac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}} \quad \text{c) } \frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}} \quad \text{d) } \frac{\sqrt[4]{729}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{a) } \sqrt{\frac{3^4}{3^3}} = \sqrt{3}$$

$$\text{b) } \sqrt[6]{\frac{3^6}{3^2}} = \sqrt[6]{3^4} = \sqrt[3]{3^2}$$

$$\text{c) } \sqrt[10]{\frac{2^8}{2^5}} = \sqrt[10]{2^3} = \sqrt[10]{8}$$

$$\text{d) } \sqrt[4]{\frac{3^6}{3^2}} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

8. Batu eta sinplifikatu:

$$\text{a) } 5\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$$

$$\text{b) } \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{2}$$

$$\text{c) } \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$$

$$\text{d) } \sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8}$$

$$\text{e) } \sqrt{50a} - \sqrt{18a}$$

$$\text{a) } 10\sqrt{x}$$

$$\text{b) } 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8} &= \sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2 \cdot 5^2} - \sqrt{2} - \sqrt{2^3} = \\ &= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{d) } \sqrt{3^3} - \sqrt{2 \cdot 5^2} + \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{2^3} = 3\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$$

$$\text{e) } \sqrt{2 \cdot 5^2 \cdot a} - \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot a} = 5\sqrt{2a} - 3\sqrt{2a} = 2\sqrt{2a}$$

33. orrialdea

9. Arrazionalizatu izendatzaileak, eta sinplifikatu ahal duzun adina:

a) $\frac{5}{\sqrt{7}}$

b) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$

c) $\sqrt{\frac{7}{3}}$

d) $\frac{1}{\sqrt{a^3}}$

e) $\frac{3}{\sqrt{50}}$

f) $\frac{4}{\sqrt{18}}$

g) $\frac{2}{\sqrt[3]{25}}$

h) $\frac{1}{\sqrt[3]{40}}$

i) $\frac{3}{\sqrt[3]{36}}$

j) $\frac{2}{\sqrt[3]{100}}$

a) $\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$

b) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$

c) $\sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$

d) $\frac{1}{\sqrt{a^3}} = \frac{1}{a\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a^2}$

e) $\frac{3}{\sqrt{50}} = \frac{3}{\sqrt{2 \cdot 5^2}} = \frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10}$

f) $\frac{4}{\sqrt{18}} = \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 3^2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

g) $\frac{2}{\sqrt[3]{25}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{5}}{5}$

h) $\frac{1}{\sqrt[3]{40}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^3 \cdot 5}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{10} = \frac{\sqrt[3]{25}}{10}$

i) $\frac{3}{\sqrt[3]{36}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{2 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{6} = \frac{\sqrt[3]{6}}{2}$

j) $\frac{2}{\sqrt[3]{100}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{2 \cdot 5}}{2 \cdot 5} = \frac{2\sqrt[3]{10}}{10} = \frac{\sqrt[3]{10}}{5}$

10. Arrazionalizatu izendatzaileak, eta sinplifikatu ahal duzun adina:

a) $\frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

b) $\frac{x + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

c) $\frac{a - 1}{\sqrt{a} - 1}$

d) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

e) $\frac{1}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

f) $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$

g) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

h) $\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

a) $\frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt{2} - 1$

b) $\frac{(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \frac{(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{x - y} = \frac{x\sqrt{x} - x\sqrt{y} + y\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{x - y}$

c) $\frac{(a - 1)(\sqrt{a} + 1)}{(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)} = \frac{(a - 1)(\sqrt{a} + 1)}{(a - 1)} = \sqrt{a} + 1$

d) $\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \frac{x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y}$

e) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}{(2\sqrt{3} - \sqrt{5})(2\sqrt{3} + \sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}{12 - 5} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}{7}$

f) $\frac{(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2}{18 - 12} = \frac{18 + 12 + 12\sqrt{6}}{6} = \frac{30 + 12\sqrt{6}}{6} = 5 + 2\sqrt{6}$

g) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2} + 1}{1} + \frac{\sqrt{2} - 1}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

h) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{x} - \sqrt{y}}{x - y} = \frac{2\sqrt{x}}{x - y}$

36. orrialdea

1. Kalkulatu:

a) $\log_2 16$

b) $\log_2 0,25$

c) $\log_9 1$

d) $\log_{10} 0,1$

e) $\log_4 64$

f) $\log_7 49$

g) $\ln e^4$

h) $\ln e^{-1/4}$

i) $\log_5 0,04$

j) $\log_6 \left(\frac{1}{216} \right)$

a) $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$

b) $\log_2 0,25 = \log_2 2^{-2} = -2$

c) $\log_9 1 = 0$

d) $\log_{10} 0,1 = \log_{10} 10^{-1} = -1$

e) $\log_4 64 = \log_4 4^3 = 3$

f) $\log_7 49 = \log_7 7^2 = 2$

g) $\ln e^4 = 4$

h) $\ln e^{-1/4} = -\frac{1}{4}$

i) $\log_5 0,04 = \log_5 5^{-2} = -2$

j) $\log_6 \left(\frac{1}{216} \right) = \log_6 6^{-3} = -3$

2. Kalkulatu honako hauen atal osoa:

a) $\log_2 60$

b) $\log_5 700$

c) $\log_{10} 43\,000$

d) $\log_{10} 0,084$

e) $\log_9 60$

f) $\ln e$

a) $2^5 = 32$; $2^6 = 64$; $32 < 60 < 64$

$5 < \log_2 60 < 6 \rightarrow \log_2 60 = 5, \dots$

b) $5^4 = 625$; $5^5 = 3125$; $625 < 700 < 3125$

$4 < \log_5 700 < 5 \rightarrow \log_5 700 = 4, \dots$

c) $10^4 = 10\,000$; $10^5 = 100\,000$; $10\,000 < 43\,000 < 100\,000$

$4 < \log_{10} 43\,000 < 5 \rightarrow \log_{10} 43\,000 = 4, \dots$

d) $10^{-2} = 0,01$; $10^{-1} = 0,1$; $0,01 < 0,084 < 0,1$

$-2 < \log_{10} 0,084 < -1 \rightarrow \log_{10} 0,084 = -1, \dots$

e) $9^1 = 9$; $9^2 = 81$; $9 < 60 < 81$

$1 < \log_9 60 < 2 \rightarrow \log_9 60 = 1, \dots$

f) $\ln e = 1$

3. Erabili ⑧ propietatea, honako logaritmo hauek kalkulagailuaren laguntzaz kalkulatzeko:

a) $\log_2 1\,500$

b) $\log_5 200$

c) $\log_{100} 200$

d) $\log_{100} 40$

Kasu bakoitzean, egiaztatu emaitza, berreketak erabiliz.

a) $\frac{\log 1500}{\log 2} = 10,55$; $2^{10,55} \approx 1500$

b) $\frac{\log 200}{\log 5} = 3,29$; $5^{3,29} \approx 200$

c) $\frac{\log 200}{\log 100} = 1,15$; $100^{1,15} \approx 200$

d) $\frac{\log 40}{\log 100} = 0,80$; $100^{0,80} \approx 40$

4. $\log_5 A = 1,8$ eta $\log_5 B = 2,4$ direla jakinda, kalkulatu:

a) $\log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}}$

b) $\log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$

a) $\log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}} = \frac{1}{3} [2 \log_5 A - \log_5 25 - \log_5 B] = \frac{1}{3} [2 \cdot 1,8 - 2 - 2,4] = \frac{-0,8}{3} \approx -0,27$

b) $\log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2} = \log_5 5 + \frac{3}{2} \log_5 A - 2 \log_5 B = 1 + \frac{3}{2} \cdot 1,8 - 2 \cdot 2,4 = 1 + 2,7 - 4,8 = -1,1$

5. Aurkitu zer erlazio dagoen x -ren eta y -ren artean, hau egiaztatzen dela jakinda:

$$\ln y = 2x - \ln 5$$

$$\ln y = 2x - \ln 5 \rightarrow \ln y = \ln e^{2x} - \ln 5$$

$$\ln y = \ln \frac{e^{2x}}{5} \rightarrow y = \frac{e^{2x}}{5}$$

38. orrialdea

1. Eman honako neurketa hauen errore absolutuaren borne bat eta errore erlatiboaren beste bat:

a) Etxe honen azalera $96,4 \text{ m}^2$ -koa da.

b) Gripea dela eta, 37 milioi lanordu galdu dira.

c) Jonek 19 000 e irabazten ditu urtean.

a) $|\text{Error absoluto}| < 0,05 \text{ m}^2$

$$|\text{Error relativo}| < \frac{0,05}{96,4} < 0,00052 = 0,052\%$$

b) $|\text{Error absoluto}| < 0,5 \text{ millones de horas} = 500\,000 \text{ horas}$

$$|\text{Error relativo}| < \frac{0,5}{37} < 0,014 = 1,4\%$$

c) — Si suponemos que los tres ceros finales se han utilizado para poder expresar la cantidad (es decir, que se trata de 19 mil €, redondeando a los “miles de euros”), entonces:

$$|\text{E.A.}| < 0,5 \text{ miles de } \text{€} = 500 \text{ €} \quad |\text{E.R.}| < \frac{0,5}{19} < 0,027 = 2,7\%$$

— Si suponemos que es 19 000 € exactamente:

$$|\text{E.A.}| < 0,5 \text{ €} \quad |\text{E.R.}| < \frac{0,5}{19\,000} < 0,000027 = 0,0027\%$$

39. orrialdea

2. Kalkulatu idazkera zientifikoan, kalkulagailua erabili gabe:

a) $(800\,000 : 0,0002) \cdot 0,5 \cdot 10^{12}$

b) $0,486 \cdot 10^{-5} + 93 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-7}$

$$\begin{aligned} \text{a) } (800\,000 : 0,0002) \cdot 0,5 \cdot 10^{12} &= ((8 \cdot 10^5) : (2 \cdot 10^{-4})) \cdot 5 \cdot 10^{11} = \\ &= (4 \cdot 10^9) \cdot 5 \cdot 10^{11} = 20 \cdot 10^{20} = 2 \cdot 10^{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 0,486 \cdot 10^{-5} + 93 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-7} &= 48,6 \cdot 10^{-7} + 0,93 \cdot 10^{-7} - 6 \cdot 10^{-7} = \\ &= 43,53 \cdot 10^{-7} = 4,353 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

3. Eragin kalkulagailuarekin:

a) $(3,87 \cdot 10^{15} \cdot 5,96 \cdot 10^{-9}) : (3,941 \cdot 10^{-6})$

b) $8,93 \cdot 10^{-10} + 7,64 \cdot 10^{-10} - 1,42 \cdot 10^{-9}$

$$\text{a) } (3,87 \cdot 10^{15} \cdot 5,96 \cdot 10^{-9}) : (3,941 \cdot 10^{-6}) \approx 5,85 \cdot 10^{12}$$

$$\text{b) } 8,93 \cdot 10^{-10} + 7,64 \cdot 10^{-10} - 1,42 \cdot 10^{-9} = 2,37 \cdot 10^{-10}$$

43. orrialdea

PROPOSATUTAKO ARIKETAK ETA PROBLEMAK

TREBATZEKO

Zenbaki arrazionalak eta irrazionalak

- 1 Saikatu honako zenbaki hauek, eta adierazi \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} eta \mathbb{R} zer multzotakoak diren.

$$2; \sqrt{3}; 0,\bar{6}; 127; -\frac{5}{7}; \pi; \sqrt{\frac{16}{9}}; -13; \frac{43}{13}$$

\mathbb{N} : 2; 127

\mathbb{Z} : 2; 127; -13

\mathbb{Q} : 2; $0,\bar{6}$; 127; $-\frac{5}{7}$; $\sqrt{\frac{16}{9}}$; -13; $\frac{43}{13}$

\mathbb{R} : Todos

- 2 Idatzi eskema honetan ageri den zenbaki mota bakoitzaren hiru adibide.

ZENBAKIAK:



Reales: -3; $\sqrt{2}$; $\frac{13}{7}$

Racionales: -3; $\frac{13}{7}$; $1,0\bar{7}$

Irracionales: $\sqrt{2}$; $-\sqrt{5}$; $\frac{\pi}{2}$

Enteros: -3; 5; 128

Fraccionarios: $\frac{3}{5}$; $-\frac{1}{3}$; $1,\bar{48}$

Naturales: 128; 8; 15

Negativos: -3; -7; -132

- 3 Bilatu $\frac{4}{7}$ eta $\frac{5}{7}$ artean dauden hiru zenbaki arrazional eta irrazional bat.

$$\frac{4}{7} = \frac{20}{35}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{25}{35}$$

Racionales: $\frac{21}{35}$, $\frac{22}{35}$, $\frac{23}{35}$

Irracional: $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7071\dots$

4 Adierazi zenbaki bikote bakoitzean zein den handiena:

a) $\frac{140}{99}$ eta $\sqrt{2}$

b) $0,52\widehat{6}$ eta $0,5\widehat{26}$

c) $4,8\widehat{9}$ eta $2\sqrt{6}$

d) $-2,098$ eta $-2,1$

a) $\sqrt{2}$

b) $0,52\widehat{6}$

c) $4,8\widehat{9}$

d) $-2,098$

5 Esan honako zenbaki hauetako bakoitza arrazionala ala irrazionala den:

$$-547; \sqrt{8}; \frac{13}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{5}{17}; 0,3\widehat{42}$$

Racionales: $-547; \frac{13}{3}; \sqrt{4}; \frac{5}{17}; 0,3\widehat{42}$

Irracionales: $\sqrt{8}; \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\pi}{2}$

6 Hurbildu honako zenbaki hauek, ehunetara biribilduz.

$$\frac{11}{7}; \frac{2}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 2\pi; e; \Phi$$

$$\frac{11}{7} \approx 1,57$$

$$\frac{2}{3} \approx 0,67$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$$

$$2\pi \approx 6,28$$

$$e \approx 2,72$$

$$\Phi \approx 1,62$$

Berreturak
7 Ebatzi kalkulagailurik gabe: $\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right)^{-2} \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9}\right)^{-1} + 4$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)^{-1} + 4 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) + 4 = -4 + 4 = 0$$

8 Sinplifikatu, berreturen propietateak erabiliz:

a) $\frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^3 \cdot 4^3 \cdot 5}$

b) $\frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 3^5}$

c) $\frac{15^2 \cdot 8^{-1}}{6^3 \cdot 10^2}$

d) $\frac{a^{-3} b^{-4} c^7}{a^{-5} b^2 c^{-1}}$

🔵 *Erreparatu ebazitako 2. a) problemari.*

a) $\frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{3^6 \cdot 2^6 \cdot 5} = \frac{5}{2}$

b) $\frac{3^4 \cdot 2^4 \cdot 3^{-2}}{5^{-1} \cdot 3^5} = \frac{2^4 \cdot 5}{3^3} = \frac{80}{27}$

c) $\frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^{-3}}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = \frac{1}{2^8 \cdot 3} = \frac{1}{768}$

d) $\frac{c^7 a^5 c}{a^3 b^4 b^2} = \frac{a^2 c^8}{b^6}$

9 Adierazi honako erro hauek frakziozko berre-tzailea duten berreturen bitartez, eta sinplifikatu:

a) $\sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt{a}$

b) $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$

c) $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$

a) $a^{2/5} \cdot a^{1/2} = a^{9/10} = \sqrt[10]{a^9}$

b) $\frac{x^{2/3}}{x^{1/2}} = x^{1/6} = \sqrt[6]{x}$

c) $a^{-3/4} = \sqrt[4]{a^{-3}}$

10 Ebatzi, kalkulagailua erabili gabe:

a) $\sqrt[5]{32}$

b) $\sqrt[3]{343}$

c) $\sqrt[4]{625}$

d) $\sqrt{0,25}$

e) $\sqrt[3]{8^4}$

f) $\sqrt[3]{0,001}$

a) $\sqrt[5]{2^5} = 2$

b) $\sqrt[3]{7^3} = 7$

c) $\sqrt[4]{5^4} = 5$

d) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = 0,5$

e) $\sqrt[3]{2^{12}} = 2^4 = 16$

f) $\sqrt[3]{0,1^3} = 0,1$

11 Adierazi 2 oinarriko berretura moduan:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $(-32)^{1/5}$

c) $(\sqrt[8]{2})^4$

a) $2^{-1/2}$

b) $(-2^5)^{1/5} = -2$

c) $2^{4/8} = 2^{1/2}$

12 Kalkulatu 2, 3 eta 5 oinarriko berreturak erabiliz:

a) $4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^3$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{8}$

c) $\frac{(-5)^3 \cdot (-8)^3 \cdot (-9)^2}{15^2 \cdot 20^4}$

d) $\frac{(-30)^{-1} \cdot 15^2}{10^3}$

a) $2^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{(-3)^3}{2^3} = \frac{-3^2}{2} = \frac{-9}{2}$

b) $\frac{1}{2^4} \cdot \frac{3^2}{2} \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{3^2}{2^8} = \frac{9}{256}$

c) $\frac{(-5)^3 \cdot (-2^3)^3 \cdot (-3^2)^2}{3^2 \cdot 5^2 \cdot (2^2 \cdot 5)^4} = \frac{5^3 \cdot 2^9 \cdot 3^4}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^8 \cdot 5^4} = \frac{2 \cdot 3^2}{5^3} = \frac{18}{125}$

d) $\frac{3^2 \cdot 5^2}{-2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 5^3} = -\frac{3}{5^2 \cdot 2^4} = \frac{-3}{400}$

13 Adierazi berretura eran, egin eragiketak eta sinplifikatu:

a) $\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-1}}{a\sqrt{a}}$

b) $16^{1/4} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{4}}$

a) $\frac{a^{3/4} \cdot a^{-1}}{a \cdot a^{1/2}} = a^{-7/4} = \frac{1}{\sqrt[4]{a^7}}$

b) $(2^4)^{1/4} \cdot (2^2)^{-1/3} \cdot (2^2)^{-1/6} = 2 \cdot 2^{-2/3} \cdot 2^{-1/3} = 2^0 = 1$

14 Justifikatu egia diren berdintzak. Eta idatzi emaitza zuzena, egia direnetan:

a) $\frac{a^2 \cdot b^{-2}}{a^{-2} \cdot b^2} = 1$

b) $(3^{-2})^{-3} \left(\frac{1}{27}\right)^2 = 1$

c) $\frac{3^{-2} - 5^{-2}}{3^{-1} - 5^{-1}} = \frac{8}{15}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2} = \frac{80}{9}$

a) Falsa. $\frac{a^2 \cdot b^{-2}}{a^{-2} \cdot b^2} = \frac{a^4}{b^4}$

b) Verdadera. $(3^{-2})^{-3} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^2 = 3^6 \cdot \left(\frac{1}{3^3}\right)^2 = 3^6 \cdot \frac{1}{3^6} = \frac{3^6}{3^6} = 1$

c) Verdadera. $\frac{3^{-2} - 5^{-2}}{3^{-1} - 5^{-1}} = \frac{(1/3^2) - (1/5^2)}{1/3 - 1/5} = \frac{(1/3 - 1/5)(1/3 + 1/5)}{(1/3 - 1/5)} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$

d) Verdadera. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2} = 3^2 - \frac{1}{(-3)^2} = 3^2 - \frac{1}{3^2} = 9 - \frac{1}{9} = \frac{81 - 1}{9} = \frac{80}{9}$

15 Egiaztatu, berreturak erabiliz, honako hauek:

a) $(0,125)^{1/3} = 2^{-1}$

b) $(0,25)^{-1/2} = 2$

a) $(0,125)^{1/3} = \left(\frac{125}{1000}\right)^{1/3} = \left(\frac{1}{8}\right)^{1/3} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^{1/3} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$

b) $(0,25)^{-1/2} = \left(\frac{25}{100}\right)^{-1/2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1/2} = \left(\frac{1}{2^2}\right)^{-1/2} = (2^2)^{1/2} = 2$

Erroak
16 Sartu faktoreak erro barruan:

a) $2\sqrt[3]{3}$

b) $4\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

c) $\frac{2}{x}\sqrt{\frac{3x}{8}}$

d) $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{25}{9}}$

e) $2\sqrt[4]{4}$

f) $\frac{1}{5}\sqrt[3]{15}$

a) $\sqrt[3]{3 \cdot 2^3} = \sqrt[3]{24}$

b) $\sqrt[3]{\frac{4^3}{4}} = \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$

c) $\sqrt{\frac{2^2 \cdot 3x}{x^2 \cdot 2^3}} = \sqrt{\frac{3}{2x}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot 5^2}{5^3 \cdot 3^2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{5}}$

e) $\sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8}$

f) $\sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5}{5^3}} = \sqrt[3]{\frac{3}{5^2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{25}}$

44. orrialdea

17 Atera erroatik ahal duzun faktorea:

a) $\sqrt[3]{16}$

b) $4\sqrt{8}$

c) $\sqrt{1000}$

d) $\sqrt[3]{8a^5}$

e) $\sqrt{\frac{125a^2}{16b}}$

f) $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}$

g) $\sqrt{\frac{16}{a^3}}$

h) $\sqrt{4a^2 + 4}$

i) $\sqrt{\frac{a}{9} + \frac{a}{16}}$

a) $\sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$

b) $4\sqrt{2^3} = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

c) $\sqrt{2^3 \cdot 5^3} = 10\sqrt{10}$

d) $\sqrt[3]{2^3 \cdot a^5} = 2a\sqrt[3]{a^2}$

e) $\sqrt{\frac{5^3 \cdot a^2}{2^4 \cdot b}} = \frac{5a}{4} \sqrt{\frac{5}{b}}$

f) $\sqrt{\frac{13}{36}} = \frac{1}{6} \sqrt{13}$

g) $\frac{4}{a} \sqrt{\frac{1}{a}}$

h) $\sqrt{4(a^2 + 1)} = 2\sqrt{a^2 + 1}$

i) $\sqrt{\frac{25a}{16 \cdot 9}} = \frac{5\sqrt{a}}{12}$

18 Sinplifikatu:

a) $\sqrt[6]{0,027}$

b) $\sqrt[8]{0,0016}$

c) $\sqrt[4]{1 + \frac{9}{16}}$

a) $\sqrt[6]{\frac{27}{1000}} = \sqrt[6]{\frac{3^3}{10^3}} = \sqrt[6]{\left(\frac{3}{10}\right)^3} = \left(\frac{3}{10}\right)^{3/6} = \left(\frac{3}{10}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{3}{10}}$

b) $\sqrt[8]{\frac{16}{10000}} = \sqrt[8]{\frac{2^4}{10^4}} = \sqrt[8]{\left(\frac{2}{10}\right)^4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{4/8} = \left(\frac{1}{5}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{5}}$

c) $\sqrt[4]{\frac{25}{16}} = \sqrt[4]{\frac{5^2}{4^2}} = \left(\frac{5}{4}\right)^{2/4} = \left(\frac{5}{4}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

19 Sinplifikatu honako erro hauek:

a) $\sqrt[3]{24}$

b) $\sqrt[6]{27}$

c) $\sqrt[3]{-108}$

d) $\sqrt[12]{64y^3}$

e) $\sqrt[4]{\frac{81}{64}}$

f) $\sqrt[8]{625} : \sqrt[4]{25}$

a) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[6]{3^3} = 3^{3/6} = 3^{1/2} = \sqrt{3}$

c) $-\sqrt[3]{3^3 \cdot 2^2} = -3\sqrt[3]{2^2}$

d) $\sqrt[12]{2^6 \cdot y^3} = \sqrt[4]{2^2 \cdot y} = \sqrt[4]{2^2} \cdot \sqrt[4]{y} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{y}$

e) $\sqrt[4]{\frac{3^4}{2^6}} = \frac{3}{\sqrt{2^3}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

f) $\sqrt[8]{5^4} : \sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5} : \sqrt{5} = 1$

20 Laburtu errotzaile komunera, eta ordenatu txikienetik handienera:

a) $\sqrt[4]{4}, \sqrt[3]{3}, \sqrt{2}$

b) $\sqrt{6}, \sqrt[3]{4}$

c) $\sqrt[4]{6}, \sqrt[5]{10}$

d) $\sqrt[4]{72}, \sqrt[3]{9}, \sqrt[6]{100}$

a) $\sqrt[12]{64}, \sqrt[12]{81}, \sqrt[12]{64}; \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[6]{216}, \sqrt[6]{16}; \sqrt[3]{4} < \sqrt{6}$

c) $\sqrt[20]{7776}, \sqrt[20]{10000}; \sqrt[4]{6} < \sqrt[5]{10}$

d) $\sqrt[12]{373248}, \sqrt[12]{6561}, \sqrt[12]{10000}; \sqrt[3]{9} < \sqrt[6]{100} < \sqrt[4]{72}$

21 Egin eragiketa eta sinplifikatu, ahal izanez gero:

a) $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6}$

b) $2\sqrt{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27}{8}}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{8}}$

d) $(\sqrt[3]{12})^2$

e) $(\sqrt[6]{32})^3$

f) $\sqrt[3]{24} : \sqrt[3]{3}$

a) $20\sqrt{27 \cdot 6} = 20\sqrt{3^3 \cdot 2 \cdot 3} = 20\sqrt{2 \cdot 3^4} = 180\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{\frac{4 \cdot 27}{3 \cdot 8}} = 2\sqrt{\frac{9}{2}} = 6\sqrt{\frac{1}{2}}$

c) $\sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

d) $(\sqrt[3]{2^2 \cdot 3})^2 = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3^2} = 2\sqrt[3]{2 \cdot 3^2} = 2\sqrt[3]{18}$

e) $(\sqrt[6]{2^5})^3 = \sqrt[2]{2^5} = \sqrt{2^4 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$

f) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} : \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{3} = 2$

22 Egin ariketak eta sinplifikatu, ahal izanez gero:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}$

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}} \cdot \sqrt{a}$

c) $\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$

d) $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} : \sqrt{\sqrt[3]{4}}$

• b) eta c) puntuetan, erroak, burrenez burren, a eta 2 oinarriko berretura moduan adieraz ditzakezu.

a) $\sqrt[6]{2^2 \cdot 3^3} = \sqrt[6]{108}$

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a}$

c) $\left(\sqrt[6]{\frac{2^5}{2^9}}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{\frac{1}{2^4}}\right)^3 = \sqrt[2]{\frac{1}{2^{12}}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

d) $\sqrt[3]{\sqrt{2^2 \cdot 3}} : \sqrt{\sqrt[3]{2^2}} = \sqrt[6]{2^2 \cdot 3} : \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{3}$

23 Adierazi erro bakarrarekin:

a) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$

b) $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$

c) $(\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^4}) : \sqrt{a}$

a) $\sqrt[12]{4} = \sqrt[6]{2}$

b) $\sqrt[12]{2^4 \cdot 2^3} = \sqrt[12]{2^7} = \sqrt[12]{128}$

c) $\sqrt[20]{\frac{a^{15} \cdot a^{16}}{a^{10}}} = \sqrt[20]{a^{21}} = a \sqrt[20]{a}$

24 Arrazionalizatu izendatzaileak eta sinplifikatu:

a) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$

b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$

c) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{3}{3+\sqrt{3}}$

e) $\frac{\sqrt{72} + 3\sqrt{32} - \sqrt{8}}{\sqrt{8}}$

a) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot 3^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

b) $\frac{2\sqrt[3]{2^2}}{2} = \sqrt[3]{4}$

c) $\frac{(\sqrt{2}-1)\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

d) $\frac{3(3-\sqrt{3})}{9-3} = \frac{9-3\sqrt{3}}{6} = \frac{3(3-\sqrt{3})}{2 \cdot 3} = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{\sqrt{2^3 \cdot 3^2} + 3\sqrt{2^5} - \sqrt{2^3}}{\sqrt{2^3}} = \frac{3\sqrt{8} + 6\sqrt{8} - \sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{8\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = 8$

25 Kalkulatu eta sinplifikatu:

a) $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80}$

b) $\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$

c) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$

d) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - 1)$

a) $25\sqrt{5} + 18\sqrt{5} - 14\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 35\sqrt{5}$

b) $2\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} - 21\sqrt[3]{2} = -20\sqrt[3]{2}$

c) $5\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{5} + \sqrt{6}$

d) $\sqrt{12} - \sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

26 Sinplifikatu ahalik eta gehien honako adierazpen hauek:

a) $3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$

c) $7\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$

a) $3\sqrt[3]{2^4} - 2\sqrt[3]{2 \cdot 5^3} + 5\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - 4\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} + 15\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{2 \cdot 3^2}{5^3}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2^3}{3^2 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} - \frac{12}{5}\sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{2}{9}\sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{-53}{45}\sqrt{\frac{2}{5}}$

c) $7\sqrt[3]{3^4 \cdot a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = 21\sqrt[3]{3a} - 2a\sqrt[3]{3a} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = \left(\frac{106}{5} - 2a\right)\sqrt[3]{3a}$

27 Egin ariketak, eta sinplifikatu:

a) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

b) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})2\sqrt{2}$

c) $(\sqrt{5} - \sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{6})$

d) $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2$

e) $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)\sqrt{3}$

a) $(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$

b) $2\sqrt{12} + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{10}$

c) $5 - 6 = -1$

d) $20 + 18 - 12\sqrt{10} = 38 - 12\sqrt{10}$

e) $(2 - 1)\sqrt{3} = \sqrt{3}$

28 Arrazionalizatu eta sinplifikatu:

a) $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{18}}$

b) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{12}}$

c) $\frac{1}{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})}$

d) $\frac{3}{\sqrt{5} - 2}$

e) $\frac{11}{2\sqrt{5} + 3}$

f) $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$

a) $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{2 \cdot 3^2}} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6} - 2}{3 \cdot 2} =$
 $= \frac{2(\sqrt{6} - 1)}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{6} - 1}{3}$

$$b) \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2^2 \cdot 3}} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3} + \sqrt{2})\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6 + \sqrt{6}}{6} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$c) \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2(3 - 5)} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{-4} = -\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{4}$$

$$d) \frac{3(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} = \frac{3(\sqrt{5} + 2)}{5 - 4} = 3(\sqrt{5} + 2) = 3\sqrt{5} + 6$$

$$e) \frac{11(2\sqrt{5} - 3)}{(2\sqrt{5} + 3)(2\sqrt{5} - 3)} = \frac{11(2\sqrt{5} - 3)}{20 - 9} = \frac{11(2\sqrt{5} - 3)}{11} = 2\sqrt{5} - 3$$

$$f) \frac{(3\sqrt{6} + 2\sqrt{2})(3\sqrt{3} - 2)}{(3\sqrt{3} + 2)(3\sqrt{3} - 2)} = \frac{9\sqrt{18} - 6\sqrt{6} + 6\sqrt{6} - 4\sqrt{2}}{27 - 4} = \frac{9\sqrt{2 \cdot 3^2} - 4\sqrt{2}}{23} =$$

$$= \frac{27\sqrt{2} - 4\sqrt{2}}{23} = \frac{23\sqrt{2}}{23} = \sqrt{2}$$

29 Egin ariketak, eta sinplifikatu:

$$a) \frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$b) \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$

$$a) \frac{3(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + 5\sqrt{2}$$

$$b) \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{5})^2 - (\sqrt{7} + \sqrt{5})^2}{(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5} - \sqrt{7} - \sqrt{5})}{7 - 5} =$$

$$= \frac{2\sqrt{7}(-2\sqrt{5})}{2} = -2\sqrt{35}$$

45. orrialdea

Idazkera zientifikoa eta erroreak

30 Egin ariketak, eta eman emaitza idazkera zientifikoa, hiru zifra esangarri jarrita. Horrez gain, kasu bakoitzean, zehaztu egindako errore absolutuaren borte bat eta errore erlatiboaren beste bat.

$$a) \frac{(3,12 \cdot 10^{-5} + 7,03 \cdot 10^{-4}) 8,3 \cdot 10^8}{4,32 \cdot 10^3}$$

$$b) \frac{(12,5 \cdot 10^7 - 8 \cdot 10^9)(3,5 \cdot 10^{-5} + 185)}{9,2 \cdot 10^6}$$

$$c) \frac{5,431 \cdot 10^3 - 6,51 \cdot 10^4 + 385 \cdot 10^2}{8,2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-4}}$$

$$a) 1,41 \cdot 10^2 \quad | \text{Error absoluto} | < 0,5; \quad | \text{Error relativo} | < 0,0035$$

$$b) -1,58 \cdot 10^5 \quad | \text{Error absoluto} | < 500; \quad | \text{Error relativo} | < 0,0032$$

$$c) -2,65 \cdot 10^6 \quad | \text{Error absoluto} | < 5\,000; \quad | \text{Error relativo} | < 0,0019$$

31 Ordenatu handienetik txikienera atal bakoitzeko zenbakiak. Horretarako, jarri idazkera zientifikoan horrela ez daudenak:

$$a) 3,27 \cdot 10^{13}; \quad 85,7 \cdot 10^{12}; \quad 453 \cdot 10^{11}$$

$$b) 1,19 \cdot 10^{-9}; \quad 0,05 \cdot 10^{-7}; \quad 2\,000 \cdot 10^{-12}$$

$$a) 8,57 \cdot 10^{13} > 4,53 \cdot 10^{13} > 3,27 \cdot 10^{13}$$

$$b) 5 \cdot 10^{-9} > 2 \cdot 10^{-9} > 1,19 \cdot 10^{-9}$$

32 Egin eragiketak: $\frac{2 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^6 + 10^5}$

$$-7,268 \cdot 10^{-12}$$

33 Adierazi idazkera zientifikoan, eta kalkulatu: $\frac{60\,000^3 \cdot 0,00002^4}{100^2 \cdot 72\,000\,000 \cdot 0,0002^5}$

$$\frac{(6 \cdot 10^4)^3 \cdot (2 \cdot 10^{-5})^4}{10^4 \cdot 7,2 \cdot 10^7 \cdot (2 \cdot 10^{-4})^5} = 150$$

34 Zenbaki hauek kontuan hartuta: $A = 3,2 \cdot 10^7$; $B = 5,28 \cdot 10^4$ eta $C = 2,01 \cdot 10^5$

Kalkulatu $\frac{B+C}{A}$. Adierazi emaitza hiru zifra esangarriekin, eta eman

egindako errore absolutuaren borne bat eta errore erlatiboaren beste bat.

$$0,00793125 = 7,93 \cdot 10^{-3}$$

$$| \text{Error absoluto} | < 5 \cdot 10^{-6}; \quad | \text{Error relativo} | < 6,31 \cdot 10^{-4}$$

35 Si $A = 3,24 \cdot 10^6$; $B = 5,1 \cdot 10^{-5}$; $C = 3,8 \cdot 10^{11}$ eta $D = 6,2 \cdot 10^{-6}$, badira,

kalkulatu $\left(\frac{A}{B} + C\right) \cdot D$. Adierazi emaitza hiru zifra esangarriekin, eta eman

egindako errore absolutuaren borne bat eta errore erlatiboaren beste bat.

$$2\,749\,882,353 \approx 2,75 \cdot 10^6$$

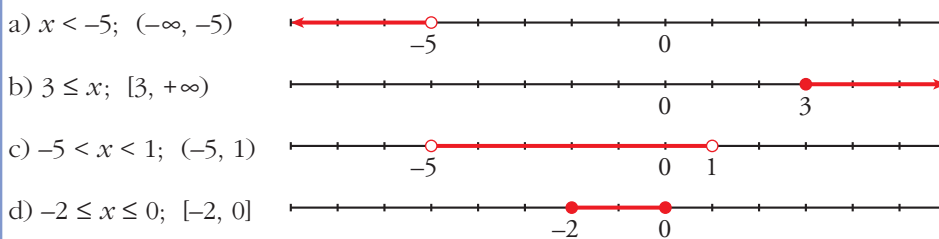
$$| \text{Error absoluto} | < 5 \cdot 10^3$$

$$| \text{Error relativo} | < 1,82 \cdot 10^{-3}$$

Tarteak eta balio absolutua

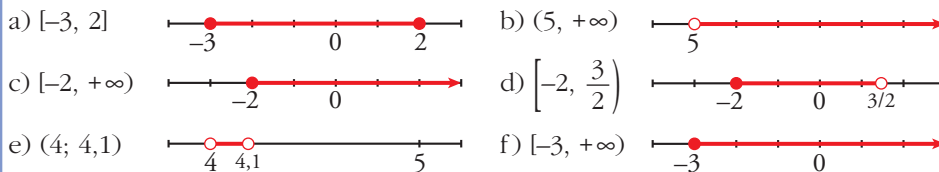
36 Adierazi desberdintza eran eta tarte eran, eta adierazi:

- a) $x - 5$ baino txikiagoa da.
 b) $3 \leq x$ baino txikiagoa da edo berdina.
 c) $x - 5$ eta 1 artean dago.
 d) $x - 2$ eta 0 artean dago, muturrak barne.



37 Adierazi grafiko batean eta tarte eran honako desberdintza hauek:

- a) $-3 \leq x \leq 2$ b) $5 < x$ c) $x \geq -2$
 d) $-2 \leq x < 3/2$ e) $4 < x < 4,1$ f) $-3 \leq x$



38 Idatzi tarte hauetakoa den x zenbaki oro egiaztatzen duen desberdintza:

- a) $[-2, 7]$ b) $[13, +\infty)$ c) $(-\infty, 0)$
 d) $(-3, 0]$ e) $[3/2, 6)$ f) $(0, +\infty)$
 a) $-2 \leq x \leq 7$ b) $x \geq 13$ c) $x < 0$
 d) $-3 < x \leq 0$ e) $\frac{3}{2} \leq x < 6$ f) $x > 0$

39 Adierazi tarte moduan $(A \cap B)$ eta $(I \cap J)$ tarte pare bakoitzak berdina duen zatia:

- a) $A = [-3, 2]$ $B = [0, 5]$
 b) $I = [2, +\infty)$ $J = (0, 10)$
 a) $[0, 2]$
 b) $[2, 10)$

40 Idatzi tarte moduan honako desberdintza hauek egiaztatzen dituzten zenbakiak:

a) $x < 3$ o $x \geq 5$

b) $x > 0$ y $x < 4$

c) $x \leq -1$ o $x > 1$

d) $x < 3$ y $x \geq -2$

• Adieraz itzazu grafikoa batean, eta bi tarte bereizi badira, a) kasuan bezala, idatzi: $(-\infty, 3) \cup [5, +\infty)$

a) $(-\infty, 3) \cup [5, \infty)$

b) $(0, 4)$

c) $(-\infty, -1] \cup (1, \infty)$

d) $[-2, 3)$

41 Adierazi, tarte moduan, honako adierazpen hauetako bakoitza betetzen dituzten zenbakiak:

a) $|x| < 7$

b) $|x| \geq 5$

c) $|2x| < 8$

d) $|x - 1| \leq 6$

e) $|x + 2| > 9$

f) $|x - 5| \geq 1$

a) $|x| < 7 \rightarrow -7 < x < 7 \rightarrow$ Intervalo $(-7, 7)$

b) $|x| \geq 5 \rightarrow x \leq -5$ o $x \geq 5 \rightarrow (-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$

c) $|2x| < 8 \rightarrow |x| < 4 \rightarrow -4 < x < 4 \rightarrow$ Intervalo $(-4, 4)$

d) $|x - 1| \leq 6 \rightarrow -5 \leq x \leq 7 \rightarrow$ Intervalo $[-5, 7]$

e) $|x + 2| > 9 \rightarrow x < -11$ o $x > 7 \rightarrow (-\infty, -11) \cup (7, +\infty)$

f) $|x - 5| \geq 1 \rightarrow x \leq 4$ o $x \geq 6 \rightarrow (-\infty, 4] \cup [6, +\infty)$

42 Kalkulatu x -ren zer baliok betetzen dituzten honako hauek:

a) $|x - 2| = 5$

b) $|x - 4| \leq 7$

c) $|x + 3| \geq 6$

a) 7 y -3

b) $-3 \leq x \leq 11$; $[-3, 11]$

c) $x \leq -9$ o $x \geq 3$; $(-\infty, -9] \cup [3, \infty)$

43 Idatzi, tarteen bidez, zer balio izan ditzakeen x -k kasu hauetako bakoitzean, erroa kalkulatzeko:

a) $\sqrt{x - 4}$

b) $\sqrt{2x + 1}$

c) $\sqrt{-x}$

d) $\sqrt{3 - 2x}$

e) $\sqrt{-x - 1}$

f) $\sqrt{1 + \frac{x}{2}}$

a) $x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$; $[4, +\infty)$

b) $2x + 1 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$; $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

c) $-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$; $(-\infty, 0]$

$$d) 3 - 2x \geq 0 \Rightarrow 2x \leq 3 \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}; \left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$$

$$e) -x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1; (-\infty, -1]$$

$$f) 1 + \frac{x}{2} \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{2} \geq -1 \Rightarrow x \geq -2; [-2, +\infty)$$

44 *a* eta *b*, bi zenbakiren arteko distantzia zenbaki horien arteko kenduraren balio absolutuari esaten diogu:

$$d(a, b) = |a - b|$$

Kalkulatu honako zenbaki pare hauen arteko distantziak:

a) 7 eta 3

b) 5 eta 11

c) -3 eta -9

d) -3 eta 4

$$a) |7 - 3| = 4$$

$$b) |5 - 11| = 6$$

$$c) |-3 + 9| = 6$$

$$d) |-3 - 4| = 7$$

46. orrialdea

45 Adierazi tarte bakarrarekin:

a) $(1, 6] \cup [2, 5)$

b) $[-1, 3) \cup (0, 3]$

c) $(1, 6] \cap [2, 7)$

d) $[-1, 3) \cap (0, 4)$

$$a) (1, 6] \cup [2, 5) = (1, 6]$$

$$b) [-1, 3) \cup (0, 3] = [-1, 3]$$

$$c) (1, 6] \cap [2, 7) = [2, 6]$$

$$d) [-1, 3) \cap (0, 4) = [0, 3)$$

Logaritmoak

46 Kalkulatu, logaritmoen definizioa erabiliz:

$$a) \log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$$

$$b) \log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$$

$$a) \log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2} = 6 - 2 - 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$b) \log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1 = -5 - 3 - 0 = -8$$

47 Kalkulatu honako logaritmo hauen oinarriak:

a) $\log_x 125 = 3$

b) $\log_x \frac{1}{9} = -2$

a) $\log_x 125 = 3 \rightarrow x^3 = 125 \rightarrow x = 5$

b) $\log_x \frac{1}{9} = -2 \rightarrow x^{-2} = \frac{1}{9} \rightarrow x = 3$

48 Kalkulatu x -ren balioa berdintza hauetan:

a) $\log 3^x = 2$

b) $\log x^2 = -2$

c) $7^x = 115$

d) $5^{-x} = 3$

a) $x = \frac{2}{\log 3} = 4,19$

b) $2 \log x = -2; x = \frac{1}{10}$

c) $x = \frac{\log 115}{\log 7} = 2,438$

d) $x = -\frac{\log 3}{\log 5} = -0,683$

49 Ebatzi kalkulagailuarekin, eta egiaztatu emai-tzak, berreketa erabiliz.

a) $\log \sqrt{148}$

b) $\ln (2,3 \cdot 10^{11})$

c) $\ln (7,2 \cdot 10^{-5})$

d) $\log_3 42,9$

e) $\log_5 1,95$

f) $\log_2 0,034$

a) 1,085

b) $\ln(2,3 \cdot 10^{11}) \approx 26,161 \rightarrow e^{26,161} \approx 2,3 \cdot 10^{11}$

c) $\ln(7,2 \cdot 10^{-5}) \approx -9,539 \rightarrow e^{-9,539} \approx 7,2 \cdot 10^{-5}$

d) 3,42

e) 0,41

f) -4,88

50 Kalkulatu x -ren balioa adierazpen hauetan, logaritmoen propietateak erabiliz:

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b) $\log x = \log 36 - \log 9$

c) $\ln x = 3 \ln 5$

d) $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e) $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25$

• a) *Biderkadura baten logaritmoarekin ordezkatu: $\ln x = \ln(17 \cdot 13)$*

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13 \rightarrow x = 17 \cdot 13 = 221 \rightarrow x = 221$

b) $\log x = \log \frac{36}{9} \rightarrow x = \frac{36}{9} = 4$

c) $\ln x = 3 \ln 5 \rightarrow x = 5^3 = 125 \rightarrow x = 125$

$$d) \log x = \log \frac{12 \cdot 25}{6^2} \rightarrow x = \frac{25}{3}$$

$$e) \ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25 \rightarrow \ln x = \ln 2^4 - \ln 25^{1/2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \ln x = \ln 16 - \ln 5 \rightarrow \ln x = \ln \frac{16}{5} \rightarrow x = \frac{16}{5}$$

51 Jakinda $\log 3 = 0,477$ dela, kalkulatu 30; 300; 3000; 0,3; 0,03; 0,003ren logaritmo dezimala.

$$\log 30 = \log (3 \cdot 10) = \log 3 + \log 10 = 0,477 + 1 = 1,477$$

$$\log 300 = \log (3 \cdot 10^2) = \log 3 + 2 \log 10 = 2,477$$

$$\log 3000 = 0,477 + 3 = 3,477$$

$$\log 0,3 = \log (3 \cdot 10^{-1}) = 0,477 - 1 = -0,523$$

$$\log 0,03 = \log (3 \cdot 10^{-2}) = 0,477 - 2 = -1,523$$

$$\log 0,003 = 0,477 - 3 = -2,523$$

52 Jakinda $\log k = 14,4$ dela, kalkulatu honako adierazpen hauen balioa:

a) $\log \frac{k}{100}$

b) $\log 0,1 k^2$

c) $\log \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$

d) $(\log k)^{1/2}$

a) $\log k - \log 100 = 14,4 - 2 = 12,4$

b) $\log 0,1 + 2 \log k = -1 + 2 \cdot 14,4 = 27,8$

c) $\frac{1}{3} (\log 1 - \log k) = -\frac{1}{3} \cdot 14,4 = -4,8$

d) $(14,4)^{1/2} = \sqrt{14,4} = 3,79$

53 Kalkulatu oinarria kasu hauetako bakoitzean:

a) $\log_x 1/4 = 2$

b) $\log_x 2 = 1/2$

c) $\log_x 0,04 = -2$

d) $\log_x 4 = -1/2$

• Erabili logaritmoaren definizioa eta berreturen propietateak x bakantzeko.

c) kasuan, $x^{-2} = 0,04 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{100}$.

a) $x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b) $x^{1/2} = 2 \rightarrow x = 4$

c) $\frac{1}{x^2} = \frac{4}{100} \rightarrow x = 5$

d) $x^{-1/2} = 4 \rightarrow x = \frac{1}{16}$

54 Kalkulatu x -ren balioa berdintza hauek bete daitezzen:

a) $3^x = 0,005$ b) $0,8^x = 17$ c) $e^x = 18$
 d) $1,5^x = 15$ e) $0,5^x = 0,004$ f) $e^x = 0,1$

a) $x = \frac{\log 0,005}{\log 3} = -4,82$ b) $x = \frac{\log 17}{\log 0,8} = -12,70$

c) $e^x = 18 \rightarrow x = \ln 18 = 2,89 \rightarrow x = 2,89$

d) $x = \frac{\log 15}{\log 1,5} = 6,68$ e) $x = \frac{\log 0,004}{\log 0,5} = 7,97$

f) $e^x = 0,1 \rightarrow x = \ln 0,1 = -2,30 \rightarrow x = -2,30$

55 Kalkulatu x , honako hauek bete daitezzen:

a) $x^{2,7} = 19$ b) $\log_7 3x = 0,5$ c) $3^{2+x} = 172$

a) $\log x^{2,7} = \log 19 \Rightarrow 2,7 \log x = \log 19 \Rightarrow \log x = \frac{\log 19}{2,7} = 0,47$
 $x = 10^{0,47} = 2,98$

b) $7^{0,5} = 3x \Rightarrow x = \frac{7^{0,5}}{3} = 0,88$

c) $\log 3^{2+x} = \log 172 \Rightarrow (2+x) \log 3 = \log 172 \Rightarrow 2+x = \frac{\log 172}{\log 3}$

$x = \frac{\log 172}{\log 3} - 2 = 2,69$

56 $\log k = x$ bada, idatzi x -ren funtzioan:

a) $\log k^2$ b) $\log \frac{k}{100}$ c) $\log \sqrt{10k}$

a) $2 \log k = 2x$

b) $\log k - \log 100 = x - 2$

c) $\frac{1}{2} \log 10k = \frac{1}{2} (1+x)$

57 Egiaztatu $\frac{\log \frac{1}{a} + \log \sqrt{a}}{\log a^3} = -\frac{1}{6}$ dela ($a \neq 1$ izanik).

$$\frac{-\log a + 1/2 \log a}{3 \log a} = \frac{-1/2 \log a}{3 \log a} = -\frac{1}{6}$$

Ha de ser $a \neq 1$ para que $\log a \neq 0$ y podamos simplificar.

Problema aritmetikoak

- 58** Eraikin bateko berogailuaren deposituak 25 000 l gasolio ditu. Kantitate hori 40 egunean kontsumitzen da, berogailua egunean 5 orduz piztuz gero.

Urtarrilean hotz handia egin du, eta egunean 6 orduz egon da piztuta, 25 egunean. Zenbat litro gasolio geratu dira deposituan?

☛ *Zenbat litro kontsumitzen dira ordu bakoitzean?*

$$40 \cdot 5 = 200 \text{ horas}$$

$$25\,000 : 200 = 125 \text{ l/h (consumo de gasóleo por hora)}$$

$$125 \cdot 6 \cdot 25 = 18\,750 \text{ l consumidos en enero.}$$

$$25\,000 - 18\,750 = 6\,250 \text{ litros quedan en el depósito.}$$

- 59** Enpresa batean bi fotokopiagailu daude, eta biak egunean 6 orduz lanean egonda, 3 000 kopia egiten dituzte egunean.

Beste fotokopiagailu bat erosi eta negozioa handiagotu nahi da, egunean 5 500 fotokopia egiteko.

Zenbat ordu lan egin beharko du egunean fotokopiagailuetako bakoitzak?

$$3\,000 : 12 = 250 \text{ copias por hora cada fotocopidora.}$$

$$5\,500 : 250 = 22 \text{ horas diarias entre las tres.}$$

$22 : 3 = 7,3\bar{3} = 7 \text{ horas } 20 \text{ minutos}$ es el tiempo que tienen que trabajar las fotocopadoras.

- 60** Lehiaketa batean 20 000 € banatuko dituzte proba bat egiteko denbora gutxien behar izan duten hiru pertsonaren artean.

Lehenengoak 4 minutu behar izan ditu; bigarrenak, 5 minutu, eta hirugarrenak, 8 minutu. Zenbat diru emango diote bakoitzari?

☛ *Zenbat minutu behar izan dituzte hirurek guztira?*

Debemos repartir 20 000 € de forma inversamente proporcional al tiempo empleado:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{10}{40} + \frac{8}{40} + \frac{5}{40} = \frac{23}{40} \text{ tardarían entre los tres}$$

$$\text{Al primero le corresponde } \frac{20\,000 \cdot 10}{23} = 8\,695,65 \text{ €}$$

$$\text{Al segundo le corresponde } \frac{20\,000 \cdot 8}{23} = 6\,956,52 \text{ €}$$

$$\text{Al tercero le corresponde } \frac{20\,000 \cdot 5}{23} = 4\,347,83 \text{ €}$$

47. orrialdea

- 61** Automobil batek 6,4 l gasolina kontsumitzen du 100 km-ko. Zenbat kilometro egin ahal izango ditu depositua beteta duenean, guztira 52 l sartzen badira?

$$52 : 6,4 = 8,125$$

$$8,125 \cdot 100 = 812,5 \text{ km}$$

- 62** Zenbait lagunek taberna batean freskagarri batzuk hartu eta guztira 18,75 € ordaindu dituzte. Batek freskagarri bakarra hartu du; beste batek, bi, eta gainerakoek hiruna freskagarri. Zenbat lagun bildu dira, eta zenbat ordaindu du bakoitzak?

$$18,75 : 15 = 1,25 \text{ € por refresco.}$$

1,25 paga el primero; 2,5 paga el segundo \rightarrow 3,75 € entre los dos.

Los restantes toman $15 - 3 = 12$ refrescos.

$12 : 3 = 4$ amigos que paga cada uno 3,75 €.

Son 6 en total. Pagan 1,25 €, 2,5 € y 3,75 € los otros cuatro.

- 63** Granja batean 75 oilo daude, eta 30 egunean 450 kg arto jaten dute. Arrautza-produkzioa handiagotzeko, guztira 200 oiloraino hartu eta 800 kg arto erosi dituzte. Zenbat egunetan eman ahal izango zaie jaten oiloei?

$450 : 30 = 15$; $15 : 75 = 0,2$ kg de maíz es lo que come una gallina en un día.

$200 \cdot 0,2 = 40$ kg por día para alimentar 200 gallinas.

$800 : 40 = 20$ días podrán comer las gallinas.

- 64** Langile batek lan baten $\frac{2}{3}$ egiteko 7 egun behar ditu, egunean 5 ordu lan eginez. Beste batek lan beraren $\frac{3}{5}$ egiteko 8 egun behar ditu, egunean 8 ordu lan eginez. Zenbat denboratan egingo dute lana biek elkarrekin, egunean 6 ordu lan eginez?

Para hacer todo el trabajo el primero tarda: $5 \cdot 7 \cdot \frac{3}{2} = \frac{105}{2}$ horas

Y el segundo: $8 \cdot 8 \cdot \frac{5}{3} = \frac{320}{3}$

En 1 hora los dos juntos hacen: $\frac{2}{105} + \frac{3}{320} = \frac{191}{6720}$

Para hacer todo el trabajo tardan: $\frac{6720}{191} = 35,1832$ horas

$35,1832 : 6 \approx 5$ días 5 horas 11 minutos.

- 65** $u = 145p$ formulak pertsona batek minutuko ematen dituen pauso kopurua, eta p , pausoen luzera metrotan, erlazionatzen ditu. 0,70 m-ko pausoak ematen baditu, zenbatekoa da nire abiadura km/h-tan?

$u = 145 \cdot 0,7 = 101,5$ pasos que doy en 1 minuto.

$101,5 \cdot 0,7 = 71,05$ m que recorro en un minuto.

$71,05 \cdot 60 = 4263$ m que recorro en una hora.

4,263 km/h es mi velocidad.

- 66** Bi lagunek elkarrekin lanean 3 egun behar dituzte lan bat amaitzeko. Lehenengo eguna amaitzen denean, euretako batek lana utzi beharra du. Besteak bakarrik jarraitu du, eta 6 egun behar izan ditu lan osoa amaitzeko. Zenbat egunetan egingo du lana lagun bakoitzak bakarka?

Después del primer día quedan por hacer los $\frac{2}{3}$ y como la segunda amiga tarda

6 días, para hacer todo el trabajo tardaría $\frac{6 \cdot 3}{2} = 9$ días.

La primera hace por día $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$ del trabajo.

Por tanto, tardaría en hacer todo el trabajo $\frac{9}{2} = 4,5$ días.

- 67** Zabaleran 45 m eta luzeran 70 m dituen lursail batek 28 350 € balio ditu. Zenbat balioko du kalitate bera baina 60 m × 50 m-ko neurria duen lursailak?

La parcela inicial mide $45 \cdot 70 = 3150$ m²

El precio del metro cuadrado es de $28350 : 3150 = 9$ euros.

La otra parcela costará $60 \cdot 50 \cdot 9 = 27000$ euros.

- 68** A eta B herriak 350 km-ra daude bata bestetik. Ordu berean irten dira A-tik B-ra autobus bat, 80 km/h, eta B-tik A-ra automobil bat, 120 km/h. Zer ordutan gurutzatuko dira?

☛ $80 + 120 = 200$ km/h abiaduran burbiltzen dira. Zenbat denbora behar dute abiadura horretan 350 km egiteko?

Si se aproximan a $80 + 120 = 200$ km/h, en recorrer 350 km tardarán:

$$t = \frac{350}{200} = 1,75 \text{ horas} = 1 \text{ hora y } 45 \text{ minutos}$$

- 69** Automobil batek 3 ordu behar ditu A-tik B-ra joateko, eta beste batek, 5 ordu B-tik A-ra joateko. Kalkulatu zenbat denbora behar duten topo egiteko, ibilgailuak ordu berean irten badira bakoitza bere herritik.

☛ AB distantziako zer zati egiten du bakoitzak ordu batean? Eta biek batera?

El primero recorre $\frac{1}{3}$ del camino en 1 hora.

El segundo recorre $\frac{1}{5}$ del camino en 1 hora.

Entre los dos recorren: $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$ del camino en 1 hora.

Tardarán $\frac{15}{8}$ h = 1 h 52' 30" en encontrarse.

47. orrialdea

AUTOEBALUAZIOA

1. Honako zenbaki hauek emanda:

$$-\frac{58}{45}; \frac{51}{17}; \frac{\pi}{3}; \sqrt[4]{-3}; \sqrt[3]{-8}; \sqrt[5]{2^3}; 1,0\widehat{7}$$

a) Sailkatu, \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} edo \mathbb{R} , zer multzotakoak diren adieraziz.

b) Ordenatu errealak txikienetik handienera.

c) Zein dira $(-2, 11/9]$ tartekoak?

a) \mathbb{N} : $\frac{51}{17}$

\mathbb{Z} : $\frac{51}{17}; \sqrt[3]{-8}$

\mathbb{Q} : $\frac{51}{17}; \sqrt[3]{-8}; -\frac{58}{45}; 1,0\widehat{7}$

\mathbb{R} : $\frac{51}{17}; \sqrt[3]{-8}; -\frac{58}{45}; 1,0\widehat{7}; \frac{\pi}{3}; \sqrt[5]{2^3}$

b) $\sqrt[3]{-8} < -\frac{58}{45} < \frac{\pi}{3} < 1,0\widehat{7} < \sqrt[5]{2^3} < \frac{51}{17}$

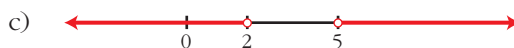
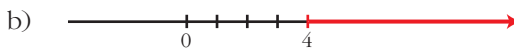
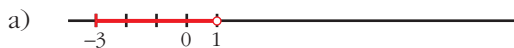
c) $-\frac{58}{45}; \frac{\pi}{3}; 1,0\widehat{7}$

2. Adierazi honako multzo hauek:

a) $\{x / -3 \leq x < 1\}$

b) $[4, +\infty)$

c) $(-\infty, 2) \cup (5, +\infty)$



3. Adierazi tarte moduan:

a) $|x| \geq 8$

b) $|x - 4| < 5$

a) $(-\infty, -8] \cup [8, +\infty)$

b) $(-1, 9)$

4. Idatzi berretura moduan, eta sinplifikatu:

$$(\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-1}) : (a\sqrt{a})$$

$$(\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-1}) : (a\sqrt{a}) = (a^{3/4} \cdot a^{-1}) : (a \cdot a^{1/2}) = (a^{3/4-1}) : (a^{1+1/2}) = (a^{-1/4}) : (a^{3/2}) = a^{-1/4-3/2} = a^{-7/4}$$

5. Biderkatu eta sinplifikatu:

$$\sqrt[3]{9a^2b} \cdot \sqrt[6]{18a^3b^2}$$

Reducimos los radicales a índice común:

$$\text{mín.c.m. (3, 6) = 6} \rightarrow \sqrt[3]{9a^2b} = \sqrt[6]{(9a^2b)^2}$$

$$\sqrt[3]{9a^2b} \cdot \sqrt[6]{18a^3b^2} = \sqrt[6]{9^2a^4b^2 \cdot 18a^3b^2} = \sqrt[6]{2 \cdot 9^3a^7b^4} = \sqrt[6]{2 \cdot 3^6a^7b^4} = 3a\sqrt[6]{2ab^4}$$

6. Arrazionalizatu:

a) $\frac{4 + \sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$

b) $\frac{2}{3 - \sqrt{3}}$

a) $\frac{4 + \sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \frac{(4 + \sqrt{6})(\sqrt{3})}{(2\sqrt{3})(\sqrt{3})} = \frac{4\sqrt{3} + \sqrt{18}}{2 \cdot 3} = \frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{6} = \frac{2}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$

b) $\frac{2}{3 - \sqrt{3}} = \frac{2(3 + \sqrt{3})}{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})} = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{9 - 3} = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{6} = 1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}$

7. Laburtu:

$$\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{175}$$

$$\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{175} = \sqrt{3^2 \cdot 7} - 2\sqrt{2^2 \cdot 7} + \sqrt{5^2 \cdot 7} = 3\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$$

8. Ezarri logaritmoaren definizioa, eta lortu x :

a) $\log_3 x = -1$

b) $\log x = 2,5$

c) $\ln x = 2$

a) $\log_3 x = -1 \rightarrow x = 3^{-1} \rightarrow x = \frac{1}{3}$

b) $\log x = 2,5 \rightarrow x = 10^{2,5} \rightarrow x = 10^{5/2} = \sqrt{10^5} = 10^2\sqrt{10}$

c) $\ln x = 2 \rightarrow x = e^2$

9. Kalkulatu x kasu bakoitzean.

a) $2,5^x = 0,0087$

b) $1,005^{3x} = 143$

a) $x \log 2,5 = \log 0,0087 \rightarrow x = \frac{\log 0,0087}{\log 2,5} = -5,18$

b) $1,005^{3x} = 143$

Tomamos logaritmos:

$$\log 1,005^{3x} = \log 143 \rightarrow 3x \log 1,005 = \log 143 \rightarrow x = \frac{\log 143}{3 \log 1,005} \approx 331,68$$

10. Egin honako eragiketa hau, adierazi emaitza hiru zifra esangarriekin eta eman errore absolutuaren borne bat eta errore erlatiboaren beste bat:

$$(5 \cdot 10^{-18}) \cdot (3,52 \cdot 10^{15}) : (-2,18 \cdot 10^{-7})$$

$$(5 \cdot 10^{-18}) \cdot (3,52 \cdot 10^{15}) : (-2,18 \cdot 10^{-7}) = (1,76 \cdot 10^{-2}) : (-2,18 \cdot 10^{-7}) = \\ = -8,0734 \cdot 10^4 \approx -8,07 \cdot 10^4$$

$$|\text{Error absoluto}| < 0,005 \cdot 10^4 = 5 \cdot 10^1$$

$$|\text{Error relativo}| < \frac{5 \cdot 10^1}{8,07 \cdot 10^4} = 6,2 \cdot 10^{-4}$$

11. Adierazi logaritmo bakarrarekin, eta adierazi A-ren balioa:

$$\log 5 + 2 \log 3 - \log 4 = \log A$$

$$\log 5 + 2 \log 3 - \log 4 = \log 5 + \log 3^2 - \log 4 = \log \left(\frac{5 \cdot 9}{4} \right) \rightarrow A = \frac{45}{4}$$