Problemas propuestos en la II Olimpiada Tornamira

1.- El perímetro de un rectángulo es 28 cm. La base es 10 cm. más que la altura. ¿Cuánto mide la base?. ¿Cuál es el área?

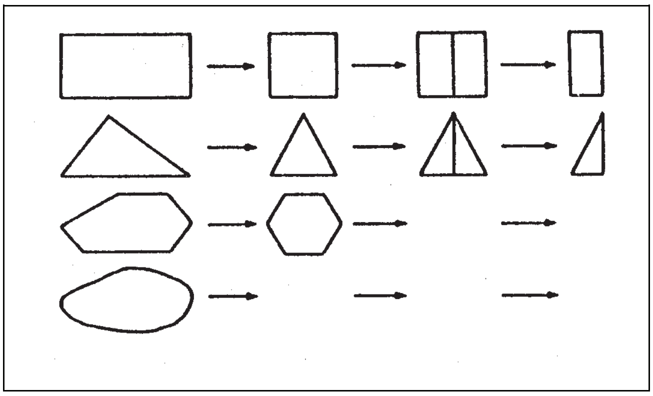
1.- Laukizuzen baten perimetroak 28 zm. ditu. Oinarria altuera baino 10 zm. luzeagoa bada, zein da oinarriaren luzeera? eta laukizuzenaren azalera?

Solución:

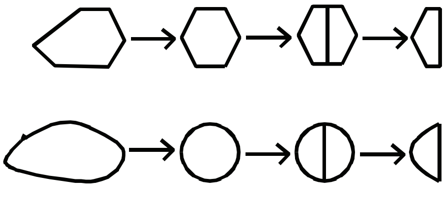
Si h = altura del rectángulo, resolviendo la ecuación $h + (h + 10) = 14$ obtenemos que $h = 2$.
Por lo que la base mide 12 cm. y la altura 2 cm. y el área del rectángulo será 24 cm^2.

2.- A la vista de las dos primeras secuencias completas, ¿podrías completar las dos últimas?

2.- Lehenengo bi lerrootan agertzen diren sekuentziak kontutan hartuta, osa al ditzakezu azkeneko biak?



Solución:



3.- Montse, Iosu, Eva y Alberto son muy aficionados a pasarse tardes enteras jugando al parchís. Siempre juegan o bien dos o bien los cuatro, pero si juegan dos, siempre uno es chico y el otro chica.
Montse no puede jugar los martes, miércoles y sábados. Iosu está libre los lunes, miércoles y jueves. Eva tiene que atender otras obligaciones los lunes y jueves, y Alberto puede jugar los lunes, martes y viernes. Los domingos no juegan nunca.
Indica qué días juega una pareja y qué días juegan los cuatro?

3.- Montse, Iosu, Eva eta Alberto partxiszale amorratuak dira. Bi ala laurek jolastu ohi dute. Bi aritzen diren guztietan, bata neska eta bestea mutila izaten dira.
Montsek ezin du jolastu ez astearte, ezta asteazken, ezta larunbatetan ere. Evak astelehen eta ostegunetan beste zeregink izaten du, eta Alberto jolas dezake astelehen, astearte eta ostiraletan. Igandeetan ez dute inoiz ere jolasten. Esaiguzu noiz jolasten duen bikote batek eta noiz laurek.

Solución:

Jugador	lunes	martes	miércoles	jueves	viernes	sábado
Montse	Sí	no	no	Sí	Sí	no
Iosu	Sí	no	Sí	Sí	no	no
Eva	no	Sí	Sí	no	Sí	Sí
Alberto	Sí	Sí	no	no	Sí	no

Luego:
El lunes juega Montse con uno de los chicos.
El martes " Eva con Alberto.
El miércoles " Eva con Iosu.
El jueves " Montse con Iosu.
El viernes juega Alberto con una de las chicas.
El sábado no hay partida.
Ningún día juegan los cuatro.

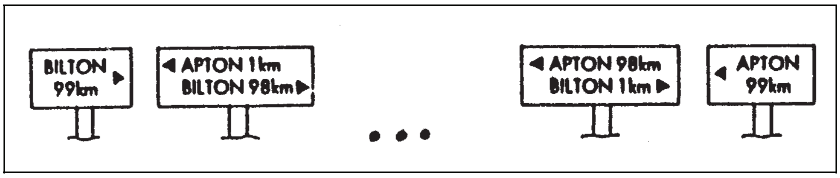
4.- Las personas que asistieron a una reunión se estrecharon la mano. Uno de ellos advirtió que los apretones de mano fueron 66. ¿Cuántas personas concurrieron a la reunión?

4.- Bilera batean egon ziren pertsona guztiek elkar agurtu zuten bostak ematen. Batek kontatu zuen 66 agurketa izan zirela. Zenbat pertsona zeuden bileran?

Solución:

Cada persona saluda a todas las demás, si hay n personas cada una dará (n –1) apretones de mano. El número de apretones sería: n x (n-1). Esto contaría dos veces los saludos pues A saluda a B y en el mismo apretón de manos B está saludando a A, por tanto: $\frac{n.(n-1)}{2} = 66 \Rightarrow n.(n-1) = 132$ como 132 = 12 x 11, a la fiesta acuden 12 personas

5.- Las ciudades británicas de Apton y Bilton distan entre sí 99 km. En cada kilómetro hay señales como las que se indican en la figura:



Se pide calcular el número de señales en que sólo aparecen **dos cifras distintas**.

5.- Apton eta Bilton hirien arteko distantzia 99 km. da. Kilometro bakoitzean ondoko hauek bezelako kartelak daude:

Kalkula ezazu zenbat kartel dauden non bi zifra desberdin besterik ez baitira agertzen.

Solución:

Los números de cada señal suman 99.Las posibles señales de dos sifras distintas serán las correspondientes a sumas del tipo:

1º. aa + bb de donde se deduce que (10a+a) + (10b+b) = 10(a+b)+(a+b) = 99 luego <u>a+b = 9.</u>
2º. ab+ba de donde se deduce que (10a+b) + (10b+a) = 10 (a+b) + (a+b) = 99 luego <u>a+b=9</u>.
3º. ab+ab. está opción es imposible pues la suma daría par y es 99.
4º. a + ab. de donde obtenemos que a + 10a+b = 11a+b=99 por lo que <u>a = 9 y b=0.</u>
5º. a + ba. de donde a + 10b+a= 10b+2a=99 Imposible pues la suma daría siempre un número par.
Por lo tanto hay 18 señales distintas en las que sólo aparecen dos cifras distintas que son:

Tipo 1º	◀ APTON	11	22	33	44	55	66	77	88
	BILTON ▶	88	77	66	55	44	33	22	11
Tipo 2º	◀ APTON	18	27	36	45	54	63	72	81
	BILTON ▶	81	72	63	54	45	36	27	18
Tipo 4º	◀ APTON	9	90						
	BILTON ▶	90	9						

6.- Un niño tiene una colección de 10 cubos. El 1º es de 1 cm. de arista, el 2º de 2 cm., el 3º de 3 cm., y así sucesivamente hasta el 10º de 10 cm.
¿Puedes construir, utilizando todos los cubos, dos torres de la misma altura? - Muestra cómo o explica "por qué" no puedes hacerlo-.
En cambio si se tiene, además, un cubo de 11 cm. puedes conseguirlo siempre. ¡Muestra cómo y si puedes hazlo de varias formas!.

6.- Haur batek 10 kubo dauzka. 1.aren aristak zentimetro bat du luzeera, 2.arenak 2 zm., 3.arenak 3 zm.,.....etab., 10.aren aristak 10 zm. neurria du.
Eraiki al ditzakezu, hamar kuboak erabiliz, altuera berdineko bi dorre desberdin? zergatik?
Egiazta ezazu hamar horien gainera 11 zm.-tako beste kubo bat baduzu era desberdinetan egin dezakezula lan hori.

Solución:

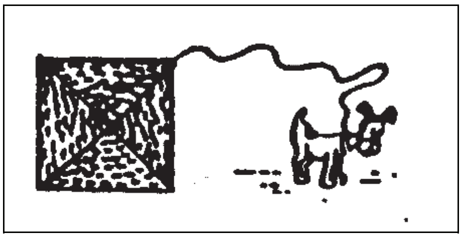
La suma de todos los cubos es 55, luego para hacer dos torres iguales cada una debería medir 27´5 cm, imposible con los cubos que tenemos.
Si además tenemos el cubo de 11 cm, podemos hacer dos torres de 33 cm cada una.
Hay muchas soluciones:

Primera torre	Segunda torre
10 11 9 3	1 2 4 5 6 7 8
10 11 8 4	El resto
10 11 7 5	el resto
1 4 5 11 9 3	
……	

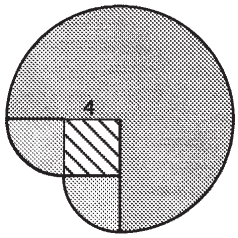
7.- Un perrito se encuentra atado con una cadena de 8 metros de longitud fijada en la esquina de una casita cuadrangular de 4 metros de lado

a) Dibuja la zona por la cual se puede desplazar el perrito.
b) Halla el área de dicha superficie.

7.- 4 metro aldeko etxe karratu baten izkina bati, lotuta dugu txakurtxo bat 8 m.-ko kate batez.
Marraz ezazu txakurtxoa ibil daitekeen aldea eta kalkulatu bere azalera.



Solución:

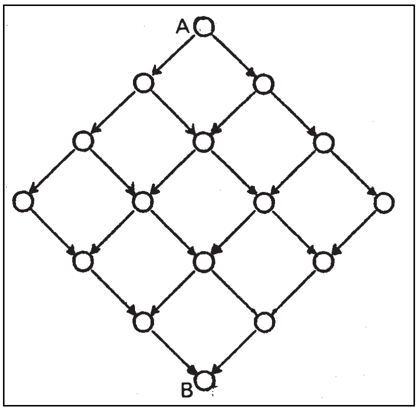


El área que buscamos es: 3/4 del área de un círculo de radio 8 m y 1/2 del área de un círculo de radio 4m.

$$S = \frac{3}{4}\pi.8^2 + \frac{1}{2}\pi.4^2 = 56\pi \ m^2$$

8.- La figura muestra el esquema de jerarquía en la comunicación que existe entre los integrantes de una empresa. Cada círculo representa a una persona y las flechas indican las direcciones que pueden seguir las órdenes que circulan dentro de la empresa.
¿Por cuántos caminos distintos puede ir una orden que sale de (A) -el Presidente- y llega a (B) -el Ordenanza-.

8.- Enpresa baten partaideen arteko jerarkia-eskema, ondoko irudiak azaltzen du. Biribil bakoitzak pertsona bana adierazten du, eta geziek, barne aginduek jarrai ditzaketen bideak.
A-gandik (Presidentea) B-ganaino (Ordenantza) doan agindu batek zenbat bide desberdin jarrai dezake?



Solución:

Llamaremos I a bajar hacia la izquierda y D a bajar hacia la derecha.
Para ir de A a B hay que recorrer 3 caminos I y 3 caminos D. El número de caminos coincide con el número de ordenaciones distintas que se pueden hacer de la secuencia IIIDDD. Son estas 20:

IIIDDD	IIDIDD	IIDDID	IIDDDI	IDIIDD
IDDIID	IDDDII	IDIDID	IDIDDI	IDDIDI

DDDIII	DDIDII	DDIIDI	DDIIID	DIDDII
DIIDDI	DIIIDD	DIDIDI	DIDIID	DIIDID