

Problemas propuestos en la V Olimpiada Tornamira

1.- En una pequeña ciudad de 6.000 habitantes se han casado, en un determinado año, el 15% de las mujeres y el 10% de los hombres, realizándose todos los matrimonios exclusivamente entre habitantes de dicha ciudad. Calcula el número de hombres y mujeres de la ciudad.

1.- 6.000 biztanle dituen hiri batean, urtebete batean emakumeen % 15-a eta gizonen % 10-a ezkondu dira. Ezkontza guztiak hiri bertako pertsonen artean ospatu badira, zenbat emakume eta zenbat gizon dago hirian?

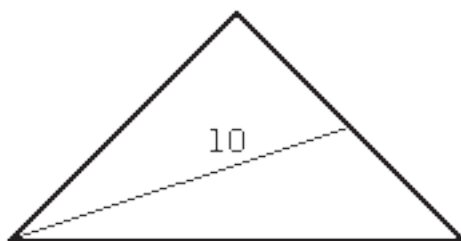
Solución:

Si llamamos x al nº de hombres de la ciudad, el número de mujeres será (6.000 – x).

Resolviendo la ecuación: $\frac{15}{100}(6000 - x) = \frac{10}{100}x$ obtendremos que x = 3.600. Por lo que en la ciudad habrá 3.600 hombres y 2.400 mujeres.

2.- Calcula la hipotenusa y el área de este triángulo rectángulo isósceles, sabiendo que la mediana dibujada mide 10 unidades.

2.- Irudian agertzen den erdibidekoaren neurria 10 baldin bada, kalkula itzazue triangelu zuzen isoszele honen hipotenusa eta azalera.



Solución:

Sean:

x = la medida de los dos catetos iguales \overline{AB} y \overline{BC} .

y = la medida de la hipotenusa \overline{AC} .

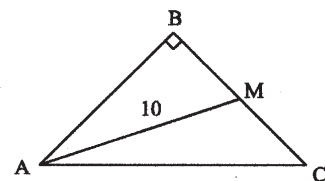
S = área del triángulo ABC

Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo ABM:

$$x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 10^2 \text{ y operando obtenemos que } x = \sqrt{80}.$$

Aplicando ahora el Teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo ABC obtendremos el valor de la hipotenusa $y = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{160}$.

$$\text{El área del triángulo ABC será } S = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{x^2}{2} = 40 \text{ u}^2.$$



3.- Se trata de descubrir las casillas blancas y negras de un tablero. La cifra que aparece en cada casilla indica el número de casillas negras que tiene alrededor (incluida ella misma).

3.- Ondoko taulako laukitxoetan agertzen diren zifrek zera adierazten dute: laukitxoaren inguruetako laukitxo beltzen kopurua (berau ere kontutan izanik). Margotu ezazue taula.

0	1	3	3
2	4	6	5
2	4	5	4
2	3	3	2

Solución:

B = casillas de color blanco

N = casillas de color negro

B	B	B	N
B	B	N	N
N	N	N	N
B	B	B	B

4.- El aire inspirado contiene en volumen un 21% de oxígeno, y el expirado sólo un 16%. Calcula el volumen de oxígeno consumido por una persona de tu edad durante un sueño de diez horas, sabiendo que hace, por término medio, 18 inspiraciones por minuto de 0,4 litros cada una.

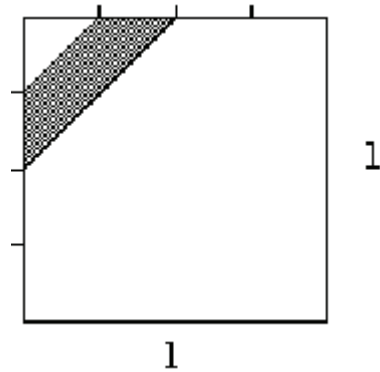
4.- Hartzen dugun airearen % 21-a eta botatzen dugunaren % 16-a oxigeno da. Kalkula ezazue zenbat oxigeno erabili duen pertsona bat hamar ordutan, batazbesteko minutuko 18 arnashartze, bakoitza 0,4 litrotakoa, egiten baditu.

Solución:

En cada inspiración y expiración se consume un 5% de oxígeno (21 – 16). Según el promedio indicado $18 \times 60 \times 10 = 10.800$ serán las inspiraciones en las 10 horas de sueño y se habrán inspirado $10.800 \times 0,4 = 4.320$ litros de aire. Así el 5% de $4.320 = 216$ será el volumen de oxígeno consumido.

5.- Calcula el área sombreada.

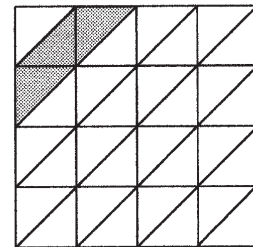
5.- Kalkula ezazue zati beltzaren azalera.



Solución:

Si dividimos en triángulos iguales la figura, podemos observar que la parte sombreada es $\frac{3}{32}$ del total. Como el área total es $1 u^2$ el área de la

zona sombreada será $\frac{3}{32} u^2$.



6.- Sustituye las letras por números en la siguiente operación, sabiendo que una misma letra corresponde a una misma cifra:

6.- Eragiketa honetako hizki bakoitzari zifra bat dagokio. Zein da hizki bakoitzaren balioa?

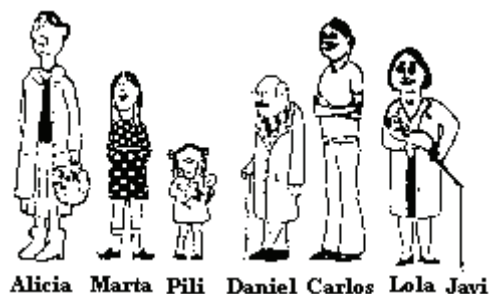
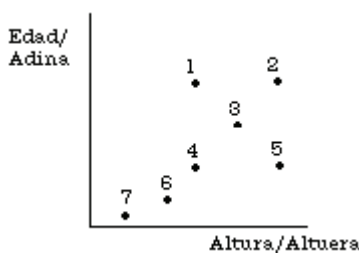
$$\begin{array}{r} \text{XXY} \\ - \text{ZX} \\ \hline \text{XZ} \end{array}$$

Solución:

X = 1	Y = 0	Z = 9
-------	-------	-------

7.- Cada una de las siguientes personas está representada por un punto en la gráfica inferior. Indica a qué persona representa cada punto.

7.- Ondoko pertsonak puntuez ordezkatur daude grafikan. Esan zein pertsonaren ordezkari den puntu bakoitza.



Solución:

- | | | | |
|-----------|-----------|---------|----------|
| 1. Daniel | 2. Alicia | 3. Lola | 4. Marta |
| 5. Carlos | 6. Pili | 7. Javi | |

8.- Un curioso observador de las propiedades de los números me señaló que: $82 \times 14 = 28 \times 41$, y me preguntó si seríamos capaces de encontrar todos los pares de números de dos cifras cuyo producto coincide con el producto de los números invertidos.

8.- Zenbakizale bat konturatu zen berdintza bitxi honetaz:
 $82 \times 14 = 28 \times 41$, eta galdetu zigun ea gauza garen horiek bezalako bi zifratako zenbaki bikote (non bere biderkadura eta alderantzizkoen biderkadura berdina den) posible guztiak kalkulatzeko.

Solución:

Sean ab y cd los números que cumplen que: $(ab \times cd) = (ba \times dc)$.
 Como cualquier número de dos cifras ab se puede expresar de la forma $(10a + b)$ tenemos:
 $(10a + b) \times (10c + d) = (10b + a) \times (10d + c)$; Operando obtenemos que la relación que se debe cumplir es que: $a \times c = b \times d$

Como vemos en la siguiente tabla hay 9 productos que conciden, están rodeados con un círculo. Las distintas soluciones se obtendrán en función de estos productos.

$a \times c = b \times d$	Producto (tipo de solución)
$2 \times 2 = 4 \times 1$	4 (1)
$3 \times 2 = 6 \times 1$	6 (2)
$3 \times 3 = 9 \times 1$	9 (3)
$4 \times 2 = 8 \times 1$	8 (4)
$4 \times 3 = 6 \times 2$	12 (5)
$4 \times 4 = 8 \times 2$	16 (6)
$6 \times 3 = 9 \times 2$	18 (7)
$6 \times 4 = 8 \times 3$	24 (8)
$6 \times 6 = 9 \times 4$	36 (9)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1								
2	2	4							
3	3	6	9						
4	4	8	12	16					
5	5	10	15	20	25				
6	6	12	18	24	30	36			
7	7	14	21	28	35	42	49		
8	8	16	24	32	40	48	56	64	
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Las soluciones finales obtenidas serán estas 14:

(1) $24 \times 21 = 42 \times 12$	(4) $48 \times 21 = 84 \times 12$ $41 \times 28 = 14 \times 82$	(7) $69 \times 32 = 96 \times 23$ $62 \times 39 = 26 \times 93$
(2) $36 \times 21 = 63 \times 12$ $31 \times 26 = 13 \times 62$	(5) $46 \times 32 = 64 \times 23$ $42 \times 36 = 24 \times 63$	(8) $68 \times 43 = 86 \times 34$ $63 \times 48 = 36 \times 84$
(3) $39 \times 31 = 93 \times 13$	(6) $48 \times 42 = 84 \times 24$	(9) $69 \times 64 = 96 \times 46$