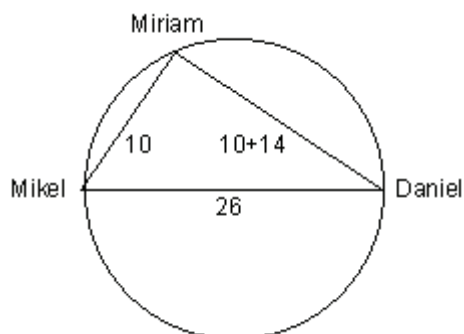


Problemas propuestos en la XIII Olimpiada Tornamira

1.- Daniel y Mikel están sentados en puntos diametralmente opuestos de una piscina circular en la que la profundidad del agua es de 1,80 m. Cuando Miriam se sienta al borde de la piscina, los dos se lanzan a nadar en línea recta hacia ella. Una vez que ambos han nadado 10 m., Mikel ha llegado junto a Miriam mientras que a Daniel le faltan 14 m. para alcanzarlos. ¿Cuántos litros de agua hay en esta piscina?

1.- Daniel eta Mikel eserita daude 1,80 m. ur sakonera duen igerileku baten diametralki aurkako bi puntutan. Miriam pizsinako ertzean eseritzen denean beste bi lagunak abiatzen dira igeri egiten zuzen zuzen Miriamenganantz. Biak 10 m. ibili ondoren, Mikel Miriamenganaino iritsi da, eta Danieli oraindik 14 m. falta zaizkio haienganaino iristeko. Zenbat litro ir dago igerileku honetan?

Solución:



Las posiciones de Miriam, Mikel y Daniel forman un triángulo rectángulo, de catetos conocidos 10 y 24, y cuya hipotenusa es el diámetro de la piscina circular. Aplicando el Teorema de Pitágoras a dicho triángulo obtenemos que el diámetro es 26 por lo que el radio será 13 m.

El volumen de la piscina = $\pi r^2 h$ por lo que:
 $V = \pi \cdot 13^2 \cdot 1,80 \approx 955,675 \text{ m}^3 = 955.675 \text{ litros.}$

2.- Carlos es un muchacho peculiar: no sabe multiplicar pero conoce los cuadrados de los números hasta 100. Tiene que calcular el producto 135×85 . Carlos dibuja un rectángulo de lados 135 mm. y 85 mm. Traza el mayor cuadrado posible en este rectángulo sobre uno de los lados, hace lo mismo con el rectángulo siguiente y así sucesivamente.... De esta forma consigue ocho cuadrados. Dibuja la figura realizada por Carlos y expresa el número 135×85 como suma de ocho cuadrados perfectos.

2.- Carlos mutil berezia da: ez daki biderkaketak egiten baina 100-erainoko zenbakien karratuak dakizki. Kalkulatu behar du 135×85 biderkadura. Carlosek 135mm. eta 85 mm. aldetako laukizuzen bat marrazten du. Laukizuzen honetan posible den karraturik handiena marrazten du alde baten ganean, berdin egiten du geratzen zaion laukizuzenean eta honela elkarren segidan....zortzi karratu lortu arte. Marraztu Carlosek egindako irudia eta adierazi 135×85 biderkadura zortzi karratu perfektoren arteko batuketa bezala.

Solución:



$$135 \times 85 = 85^2 + 50^2 + 35^2 + 15^2 + 15^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 .$$

3.- El símbolo $50!$ representa el producto de todos los números naturales desde el 1 hasta el 50, es decir:

$$50! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 48 \times 49 \times 50$$

Si calculas $50!$ ¿En cuantos ceros acabará el producto?

3.- $50!$ ikurrak 1-etik 50-erainoko zenbaki natural guztien biderkadura adierazten du,

$$50! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 48 \times 49 \times 50 , \text{ alegia.}$$

$50!$ kalkulatzeko baduzu, zenbat zerotan bukatuko du emaitza?

Solución:

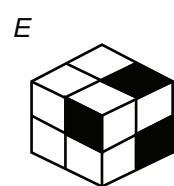
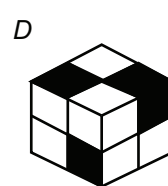
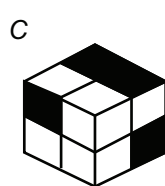
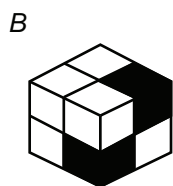
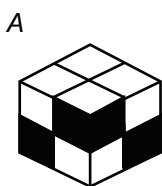
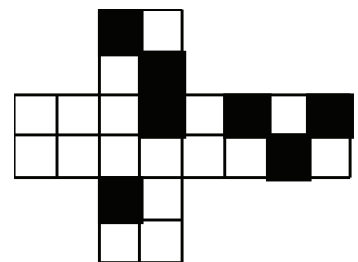
El producto $50!$ tendrá tantos ceros como número de productos 5×2 y ese número coincide con el número de veces que contiene a 5 como factor . Lo estará en :

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 y 50 . Los factores 5 son 12. Observar que $25 = 5 \times 5$ (aporta 2 ceros)

$50!$ terminará en 12 ceros.

4.- ¿Cuál de los cubos A, B, C, D, E tiene el siguiente desarrollo?

4.- A, B, C, D, E kuboek artean, zeinek du ondoko garapena?



Solución:

La figura b.

5.- En una clase el 40 % de los alumnos tienen mala vista. El 70% de los que tienen mala vista llevan gafas y el 30% restante utiliza lentes de contacto. Son 21 los alumnos de la clase que llevan gafas. ¿Cuál o cuáles de las afirmaciones siguientes son verdaderas?

- a) 45 alumnos tienen mala vista.
- b) 30 alumnos tienen buena vista.
- c) La clase tiene 100 alumnos.
- d) 10 alumnos utilizan lentes de contacto.
- e) Ninguna de las afirmaciones anteriores es verdadera.

5.- Gela bateko ikasleen %40-ak ikusmena gaizki dute. Ikusmena gaizki dutenen % 70-k betaurrekoak eramaten dituzte, eta beste % 30-ak lentilak erabiltzen dituzte. Betaurrekoak eramaten dituzten ikasleak gela horretan 21 dira. Ondoko esaldien artean zein edo zeintzu dira egiazkoak?

- a) 45 Ikaslek ikusmena gaizki dute.
- b) 30 ikaslek ikusmena ongi dute.
- c) Gelan 100 ikasle daude.
- d) 10 ikaslek lentilak erabiltzen dituzte.
- e) Aurreko esaldien artean bat ere ez da egiazkoa.

Solución:

De los datos del problema:

Llevan gafas: $70\% \cdot 40\% = 28\% = 21$ alumnos

Usan lentillas: $30\% \cdot 40\% = 12\% = 9$ alumnos

Tienen mala vista: $40\% = 30$ alumnos ; buena vista: $60\% = 45$ alumnos

El número total de alumnos será $30 + 45 = 75$. Por lo tanto las frases:

- | | |
|---|------------|
| a) 45 alumnos tienen mala vista. | Falsa |
| b) 30 alumnos tienen buena vista. | Falsa |
| c) La clase tiene 100 alumnos. | Falsa |
| d) 10 alumnos utilizan lentes de contacto. | Falsa |
| e) Ninguna de las afirmaciones anteriores es verdadera. | Verdadera. |

6.- Se quieren pintar de azul las columnas cilíndricas de mayor altura que soportan el porche del colegio. El presupuesto (precio neto de la pintura más 16% de I.V.A.) ha sido 165.258,24 pta.

Utilizando la cuerda de 1 m. estima la altura de cada columna, sabiendo que el precio neto por pintar un m^2 de columna es de 1.200 pta.

6.- Urdinez margotu nahi dira Ikastetxeko aterpea eusten duten zutabe zilindriko altuenak. Aurrekontua (margoaren prezio garbia gehi B.E.Z.) 165.258,24 pta.-koa izan da.

Metro bateko sokatxo erabiliz, zutabe bakoitzaren altuera estimatu, zutabeko m^2 bat margotzeko prezio garbia 1.200 pta. dela jakinik.