

Problemas propuestos en la XII Olimpiada Tornamira

1.- ¿Cuántas frases verdaderas hay en el siguiente cuadro?

En este cuadro hay exactamente una frase verdadera.
 En este cuadro hay exactamente una frase falsa.
 En este cuadro hay exactamente dos frases verdaderas.
 En este cuadro hay exactamente dos frases falsas.

NOTA.- Tened en cuenta que puede haber más de una respuesta correcta.

1.- Zenbat egiazko esaldi dago ondoko laukian?

Lauki honetan ba dago egiazko esaldi bat zehatz mehatz.
 Lauki honetan ba dago gezurrezko esaldi bat zehatz mehatz.
 Lauki honetan ba dago egiazko bi esaldi zehatz mehatz.
 Lauki honetan ba dago gezurrezko bi esaldi zehatz mehatz.

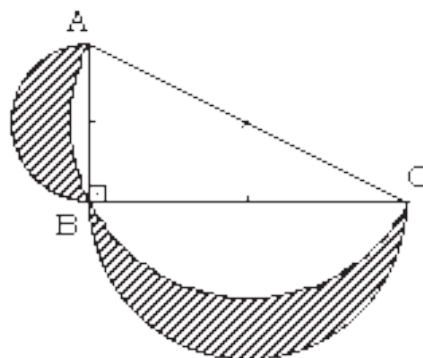
OHARRA.- Erantzun zuzen bat baino gehiago egon daitekela kontutan izan ezazue.

Solución:

Hay dos soluciones:

- a) Solo la primera es cierta.
- b) Las dos últimas frases son ciertas.

2.- Teniendo en cuenta que las semicircunferencias que aparecen en el dibujo tienen sus centros en los puntos medios del triángulo rectángulo, comparar el área del triángulo y el área total de las *lúnulas* (partes sombreadas).



2.- Irudian dauden erdizirkunferentzien zentruak triangelu angeluzuzenaren aldean erdiko puntuak direla jakinda, konparatu triangeluaren azalera eta *lunulen* (zati marratuak) azalera osoa.

Solución:

El área de las lúnulas es igual a la suma del área del triángulo más las de los semicírculos de diámetros AB y BC, menos el área del semicírculo AC.

Si llamamos $\overline{AB} = 2a$ y a $\overline{BC} = 2b$, por el Teorema de Pitágoras, el lado $\overline{AC} = 2\sqrt{a^2 + b^2}$

El área de las lúnulas = área del triángulo ABC + área del semicírculo de radio a + área del semicírculo de radio b – área del semicírculo de radio $\sqrt{a^2 + b^2} = 2ab + \frac{1}{2}\pi a^2 + \frac{1}{2}\pi b^2 - \frac{1}{2}\pi(a^2 + b^2) = 2ab =$ área del triángulo ABC.

3.- El banquero ha dejado olvidado el código de la caja fuerte dentro de ésta. Afortunadamente recuerda que dicho código consta de nueve cifras distintas, todas excepto el cero. Además, sabe que, a partir de la izquierda:

- El número formado por la primera y la segunda cifra es múltiplo de dos.
- El número formado por la segunda y la tercera cifra es múltiplo de tres.
- El número formado por la tercera y la cuarta cifra es múltiplo de cuatro.
-y así sucesivamente, hasta
- El número formado por la octava y la novena cifra que es múltiplo de nueve.

Con estos datos encuentra dos posibilidades. ¿Cuáles son?

3.- Bankariak kutxa gotorraren kodea barnean ahaztu du. Zorionez, ba daki bederatzi zifra desberdinez osaturik dagoela, denak zeroa ezik. Horrez gain ba daki, ezkerretik hasita:

- Lehen eta bigarren zifrek osatzen duten zenbakia biaren multiplo dela.
- Bigarren eta hirugarren zifrek osatzen duten zenbakia hiruaren multiplo dela.
- Hirugarren eta laugarren zifrek osatzen duten zenbakia lauaren multiplo dela.
-eta, hurrenez hurren...
- Zortzigarren eta bederatzigarren zifrek osatzen duten zenbakia bederatziairen multiplo dela.

Datu hauekin guztiekin bi posibilitate aurkitu ditu. Zeintzuk dira?

Solución:

La 4ª y 5ª cifra forman un número múltiplo de cinco, luego la 5ª es 5.

La 6ª, es 4 (54 múltiplo de 6) , la 7ª es 9, (49 múltiplo de 7) la octava es un 6 y la 9ª es 3.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º
				5	4	9	6	3

Quedan 1, 2, 7 y 8. En el 2º habrá un 2 ó un 8 y en el 4º lugar un 8 ó un 2 respectivamente.

Si en el segundo lugar hay un dos, en el tercero puede haber un uno o un siete.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º
	2	7		5	4	9	6	3
	2	1						

Esto haría que 4º lugar estaría el 8, pero ni 18 ni 78 son múltiplos de 4. Por tanto, en 2º lugar habrá un 8 y en 4º lugar un 2.

Las dos posibles soluciones son:

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º
----	----	----	----	----	----	----	----	----

1	8	7	2	5	4	9	6	3
7	8	1	2	5	4	9	6	3

4.- El número de habitantes de la ciudad de Apton aumenta regularmente cada año un 10%, en cambio el número de habitantes de la ciudad de Lipton desciende regularmente cada año un 10%. Hace un año Apton tenía 6.561.000 habitantes. Dentro de dos años las dos ciudades tendrán exactamente el mismo número de habitantes. ¿Cuántos habitantes tenía la ciudad de Lipton hace dos años?

4.- Apton hiriko biztanle kopurua urtero erregulararki %10 handitzen da, Lipton hirikoa, berriz, urtero erregulararki %10 gutxitzen da. Duela urtebete bat Apton hiriak 6.561.000 biztanle zuen. Bi urte barru bi hiriek biztanle kopuru berdina izango dute. Zenbat biztanle zuen duela bi urte Lipton hiriak?

Solución:

A: número de habitantes de Apton hace 2 años
 L: número de habitantes de Lipton hace 2 años.

	Hace 2 años	Hace 1 año	Hoy	Dentro de 1 año	Dentro de 2 años
Apton	A	6.561.000	6.561.000 x 1,1	6.561.000 x (1,1) ²	6.561.000 x (1,1) ³
Lipton	L	L x 0,9	L x (0,9) ²	L x (0,9) ³	L x (0,9) ⁴

$6.561.000 \times (1,1)^3 = L \times (0,9)^4$ pues dentro de dos años coincide su número de habitantes.

Por lo que $L = 13.310.000$ habitantes tenía Lipton hace dos años

5.- He realizado un examen a los 35 estudiantes de la clase y ha resultado que la media de las calificaciones de las chicas es 6 y la de los chicos es 4,75. Sabiendo que la media de todos los estudiantes de la clase es de 5,25, ¿Cuántas chicas hay en la clase?

5.- Gelako 35 ikasleei azterketa bat jarri diet. Nesken noten batzbestekoa 6 izan da, eta mutilenena 4,75. Gelako ikasle guztien noten batzbestekoa 5,25 dela jakinda, zenbat neska dago gelan?

Solución:

Sea x el número de chicas de la clase, por lo que (35 - x) será el número de chicos.
 Resolviendo la ecuación $6x + 4,75(35 - x) = 5,25 \cdot 35$ obtenemos que $x = 14$ $y = 21$
 Por lo que en la clase hay 14 chicas y 21 chicos.

6.- Para mantener limpio el Polideportivo es necesario adquirir nuevas papeleras metálicas como las que encontraréis en su entrada. Las empresas del sector “Basurillas S.A.” y “Papel-ERA” nos han presentado las siguientes ofertas:

- “Basurillas S.A.” sólo cobra la cantidad de chapa necesaria a razón de 9.000 pta./m², salvo la correspondiente a la base, que, al ser más resistente, incrementa su precio en un 12%.
 - “Papel-ERA” nos cobra 6.000 pta. por unidad menos un 6% por pronto pago.
- ¿Qué oferta elegiremos para conseguir las papeleras más baratas?

6.- Polikiroldegia txukun mantentzeko, bere sarreran dauden bezalako metalezko paperontzi berriak erosi behar ditugu. "Basurillas S.A." eta "Papel-ERA" sektoreko enpresek ondoko eskaintza hauek aurkeztu dizkigute:

- "Basurillas S.A." delakoak kobratzen digu 9.000 pta./m^2 behar den xafla, oinarriari dagokiona izan ezik, zeren eta gogorragoa dela eta %12 garestiagoa baita.
- "Papel-ERA" delakoak 6.000 pta. aleko kobratzen digu, baina %6 beherapena egiten digu eskudiruz ordaintzeagatik.

Zein eskeintza aukeratuko dugu paperontzi merkeenak erosteko?