

Problemas propuestos en la XIV Olimpiada Tornamira

1.- La media de edad de un grupo de médicos y maestros es de 40 años. Si la edad media de los médicos es de 50 años y la de los maestros es de 35, ¿Cuál es la proporción entre el número de maestros y es de médicos del grupo?.

1.- Sendagile eta maisu talde baten adinaren batazbestekoa 40 urte da. Sendagileen batazbestekoa 50 urte eta maisuena 35 urte izanik, zein da sendagile eta maisuen kopuruen arteko proportzioa?

Solución:

Si llamamos n al número de médicos y m al número de maestros, se verifica que:

- La suma de las edades del grupo de médicos es: $50n$
- La suma de las edades del grupo de maestros es: $35m$
- La suma de las edades de todo el grupo es: $40(n+m)$

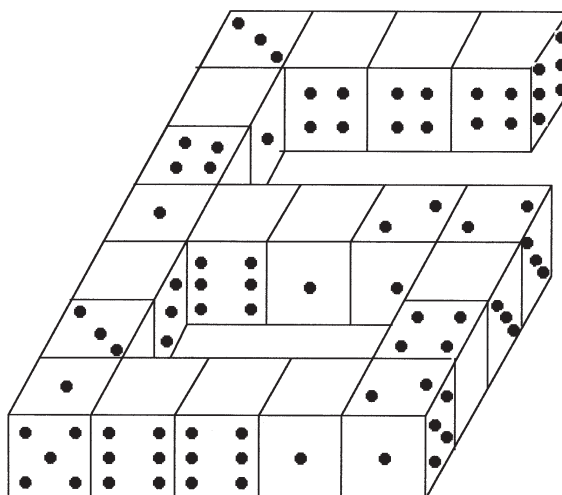
Luego $50n + 35m = 40(n+m)$, de donde obtenemos que $2n = m$, es decir, el número de maestros es el doble que el de médicos.

2.- Mikel ha construido un “seis” con dados iguales. Los ha unido siguiendo la siguiente regla: las caras que están unidas tienen el mismo número de puntos. Completar las once caras vacías dibujando los puntos.

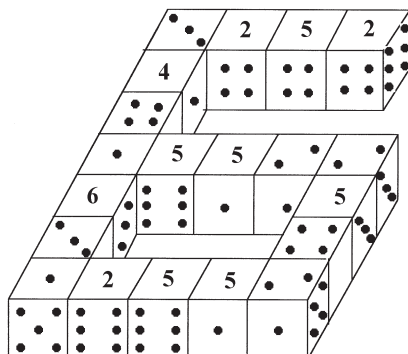
NOTA: La suma de puntos de caras opuestas de un dado es siempre 7.

2.- Mikelek “sei” bat osatu du dado berdinak erabiliz. Egiteko, ondoko araua jarraitu du: itsasita dauden aldeek puntu kopuru berdina dute. Osatu, puntuak margotuz, hutsik dauden hamaika aldeak.

OHARRA: Dado baten aurkako aldean puntu kopuruen batura 7 da.



Solución:



3.- En un libro del famoso matemático Pedro Puig Adam, cuyo centenario se celebra este año, se recoge el siguiente problema histórico:

Un hortelano que llevaba manzanas entró en un vergel que tenía tres guardas; al primer guarda que encontró, por permitirle pasar por el vergel, le dio la mitad de las manzanas que llevaba, más dos manzanas; al segundo guarda que en su paseo tropezó, por dejarle ver el huerto, le dio la mitad de las manzanas que le quedaban, más dos manzanas; y al tercer guarda, por concederle también estar en el huerto, le dio la mitad de las manzanas que le quedaban, más dos manzanas y le sobró una. ¿ Con cuántas manzanas entró en el vergel, y cuántas dio a cada guarda?

3 .- Pedro Puig Adam matematikari ospetsuaren, zeinen mendeurrena aurten ospatzen baita, liburu batean, ondoko problema historikoa agertzen da:

Sagarrak zeramatzan baratze bat, hiru zaintzaile zituen baratze batera sartu zen; lehen zaintzaileari, sartzen uzteagaitik, zeramatzan sagarren erdia gehi bi sagar eman zizkion; topatu zuen bigarren zaintzaileari, baratzea ikusten uzteagaitik, geratzen zitzaizkion sagarren erdia gehi bi sagar eman zizkion; eta hirugarren zaintzaileari, baratzean geratzen ere uzteagaitik, zeramatzan sagarren erdia gehi bi sagar eman zizkion, eta sagar bat sobra zitzaion. Zenbat sagarrekin sartu zen baratzean, eta zenbat sagar eman zion zaintzaile bakoitzari?

Solución:

Si llamamos "x" al número de manzanas que llevaba el hortelano cuando entró en el vergel:

- al primer guardián le dio: $\frac{x}{2} + 2$ manzanas y le quedaron $\frac{x}{2} - 2 = \frac{x-4}{2}$ manzanas.
- al segundo guardián le dió $\frac{x-4}{2} + 2$ manzanas y le quedaron $\frac{x-4}{2} - 2 = \frac{x-12}{4}$ manzanas.
- al tercer guardián le da $\frac{x-12}{4} + 2$ manzanas y le quedan $\frac{x-12}{4} - 2 = \frac{x-28}{8}$ manzanas.

Luego $\frac{x-28}{8} = 1$; $x = 36$.

Al primer guardián le da 20 manzanas y le quedan 16. Al segundo le da 10 manzanas y le quedan 6. Al tercero le da 5 manzanas y le queda 1 manzana.

Nota: Los problemas de este tipo conviene empezarlos "por atrás".

Si suponemos que tenía "m" manzanas cuando se encuentra con un guardián, a este le dio $\frac{m}{2} + 2$

manzanas y le quedaron $\frac{m}{2} - 2 = \frac{m-4}{2}$ manzanas al final de cada entrega (m es diferente en cada caso).

Al final le queda una manzana, luego: $\frac{m-4}{2} = 1$ m = 6 manzanas

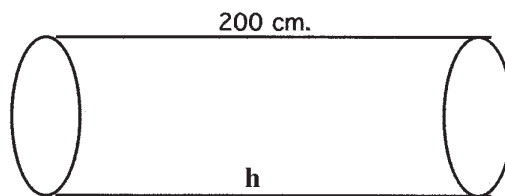
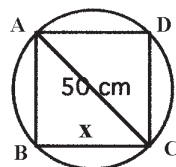
Por la misma razón, en la segunda entrega: $\frac{m-4}{2} = 6$ m = 16 manzanas

y en el primer caso: $\frac{m-4}{2} = 16$ m = 36 manzanas.

4.- Tenemos un tronco cilíndrico de madera de 2 metros de largo y 50 cm. de diámetro y queremos hacer una viga rectangular que tenga el máximo volumen posible (es decir: de base cuadrada). ¿ Qué volumen de madera se desperdiciará?.

4.- Egurrezko embor zilindriko bat dugu bere neurriak 2 metro luze eta diametro 50 zentimetro izanik, eta gapirio errektangeluar bat egin nahi dugu ahalik eta bolumen handienekoa (oinarri karratukoa, alegia). Egurrezko zein bolumen alferrikalduko da?.

Solución:



Si x es el lado del cuadrado de la viga, aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo ABC obtenemos que $2x^2 = 50^2$ de donde $x = \sqrt{1250} = 25\sqrt{2}$ cm.

Volumen de madera desperdiciada = Volumen del tronco cilíndrico – Volumen de la viga cuadrada

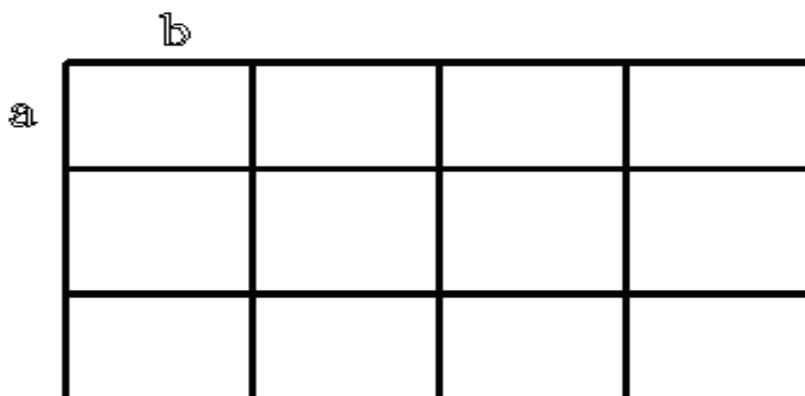
Volumen del tronco cilíndrico = $\pi r^2 h = \pi \cdot 25^2 \cdot 200 = 125.000\pi$ cm³.

Volumen de la viga cuadrada = $x^2 h = 1250 \cdot 200 = 250.000$ cm³.

Madera desperdiciada = $125.000\pi - 250.000 \approx 142.700$ cm³ = 0,1427 m³.

5.- En la figura adjunta, ¿cuántos rectángulos hay?

5.- Zenbat laukizuzen dago ondoko irudian?



Solución:

Llamamos rectángulo unidad a cada uno de los 12 rectángulos $a \times b$ que componen la figura:

Rectángulos formados por	Dimensiones	Número
1 rectángulo unidad	($a \times b$)	12
2 rectángulos unidad	($a \times 2b$) ; ($2a \times b$)	$9 + 8 = 17$
3 rectángulos unidad	($a \times 3b$) ; ($3a \times b$)	$6 + 4 = 10$
4 rectángulos unidad	($a \times 4b$) ; ($2a \times 2b$)	$3 + 6 = 9$
6 rectángulos unidad	($2a \times 3b$) ; ($3a \times 2b$)	$4 + 3 = 7$
8 rectángulos unidad	($2a \times 4b$)	2
9 rectángulos unidad	($3a \times 3b$)	2
12 rectángulos unidad	($3a \times 4b$)	1
	TOTAL	$12 + 17 + 10 + 9 + 7 + 2 + 2 + 1 = 60$

6.- "A Dios rogando y con el martillo dando"

No se trata de que te partas la cabeza a martillazos, sino de que la emplees aguzando el ingenio, para calcular cuánto nos costaría pintar totalmente esta cabeza de martillo que te damos, sabiendo que pintar un m^2 cuesta 750 pesetas y que además nos cobran el 16% de I.V.A (impuesto).

NOTA.- Las dimensiones de; martillo las deberás medir con la cuerda de 30 cm que te damos.

6.- "Jaungoikoari erreguz, beharrarí mailuz"

Helburua ez da mailukadaz burua haustea, baizik eta burua erabiltzea kalkulatzeko zenbat kostatuko litzaiguen ematen dizugun mailu-burua erabat margotzea, m^2 bakoitza margotzeak 750 pta. kostatzen duela eta, gainera, B. E. Z. delakoa kobratzen digutela (%16) jakinik.

OHARRA.- Mailuko neurriak emandako 30 zm.ko soka erabiliz lortu beharko dituzue.