Problemas propuestos en la XI Olimpiada Tornamira

1.- Disponemos únicamente de un recipiente de 8 litros lleno de agua y de dos recipientes vacíos de 5 y 3 litros. ¿Cómo podemos conseguir 4 litros en uno de los recipientes?

1.- Badaukagu bakarrik 8 litroko katilu bat urez beteta, eta beste bi hutsik 5 eta 3 litrokoak. Nola lor dezakegu 4 litro izan katilu batean? 2.- Aurkitu bi zenbaki zeinenentzat bere batura, kendura eta biderkadura batukatuz, emaitza 85 lortzen dugun.

Solución:

Estado de cada recipiente (en litros)		
A (8)	B (5)	C (3)
8	0	0
3	5	0
3	2	3
6	2	0
6	0	2
1	5	2
1	4	3

En el recipiente B hemos conseguido tener 4 litros.

Otra solución será:

Estado de cada recipiente (en litros)		
A (8)	B (5)	C (3)
8	0	0
5	0	3
5	3	0
2	3	3
2	5	1
7	0	1
7	1	0
4	1	3

En el recipiente A hemos conseguido dejar 4 litros.

2.- Encontrar dos números naturales tales que al sumar, la suma de los dos más su diferencia más su producto, obtengamos 85.

2.- Aurkitu bi zenbaki zeinenentzat bere batura, kendura eta biderkadura batukatuz, emaitza 85 lortzen dugun.

Solución:

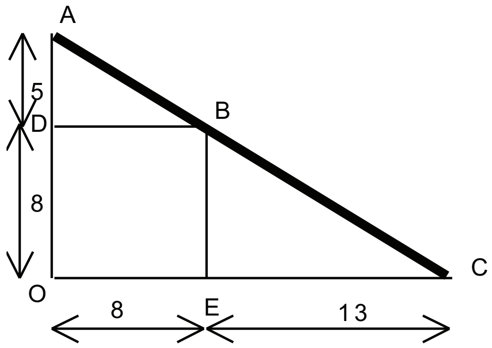
Sean a y b dichos números.

$a + b + a - b + a \times b = 2a + a \times b = a(2+b) = 85 = 17 \times 5$; $a(2+b) = 17 \times 5$

Las dos posibles soluciones serán: $a = 17$; $b = 3$ y $a = 5$; $b = 15$

3.- Tras haber explicado el cálculo de áreas a sus alumnos, el profesor les propone el siguiente ejercicio: ¿Podríais decir, justificando la respuesta, si los puntos A, B, y C de la figura adjunta están el la misma recta?

3.- Azaleren kalkulua azaldu ondoren, irakasleak proposatzen die ikasleei problema hau: Esan al dezakezue, zergatia azalduz, ondoko irudiko A, B eta C puntuak zuzen berberan dauden ala ez?
OHARRA: *markatutako angeluak zuzenak dira.*



Solución:
Por tratarse de un ejercicio de áreas lo resolvemos así:
Si los puntos A, B, C están alineados, el área del triángulo AOC será igual a la suma de las áreas de los triángulos ADB y BEC más la del cuadrado ODBE.
El área de AOC = 136'5
área ADB + área BEC + área ODBE = 20 + 64 + 52 = 136.
No están alineados los puntos A, B, C.

Otra solución:

Si A, B, C están alineados, debería cumplirse la proporción: $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{EC}}$

No se cumple porque 8 x 8 $\neq$ 5 x 13
No están alineados los puntos A, B, C.

4.- Disponemos de dos tipos de cubos, unos de 3 cm. de arista y los otros de 7 cm. de arista. Colocando todos los cubos uno encima de otro obtenemos una pila de 5'2 m. de alto. Si queremos llenar todos los cubos con agua, necesitamos 10 litros. ¿Cuál es el número total de cubos de que disponemos?

4.- Bi motatako kubo batzuk dauzkagu, mota batekoek aldea 3 zm.koa dute, eta bestekoek 7 zm.koa. Bat bestearen gainean kokatuta, 5,2 m.ko pila bat lortzen da, eta kubo guztiak urez bete nahi baditugu 10 litro behar dira. Zenbat kubo daukagu?

Solución:

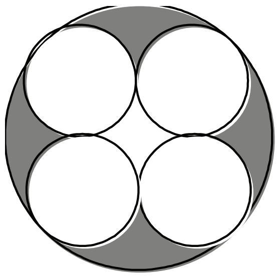
Llamamos: "x" al número de cubos de arista 3 cm.
"y" al número de cubos de arista 7 cm.

Resolviendo el sistema $\begin{cases} 3x + 7y = 520 & (\text{ altura }) \\ 27x + 343y = 10.000 & (\text{ volumen }) \end{cases}$ obtenemos que x = 129 ; y = 19

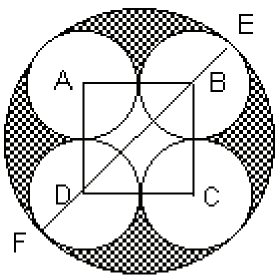
Luego disponemos de 129 cubos de arista 3 cm y 19 cubos de arista 7 cm.

5.- Circunferencias tangentes:
En la figura adjunta el radio de las circunferencias pequeñas es de 5 cm. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia grande? ¿Cuánto mide el área sombreada?

5.- Zirkunferentzia ukitzaileak:
Ondoko irudian zirkunferentzia txikien erradioa 5 zm.koa da. Zenbat neurtzen du zirkunferentzia handiaren erradioak? Zein da azalera ilunduaren neurria?



Solución:



$\overline{AB} = 2r = 10$; $\overline{AD} = 10$; Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo ABD obtendremos que $\overline{BD} = 10\sqrt{2}$.

$\overline{FE} = \overline{FD} + \overline{DB} + \overline{BE} = 5 + 10\sqrt{2} + 5 = 10 + 10\sqrt{2}$

Luego el radio de la circunferencia grande = $\dfrac{\overline{FE}}{2} = 5 + 5\sqrt{2}$ cm.

El área de la superficie no sombreada será la del cuadrado ABCD más el área de tres círculos pequeños, en total ($100 + 75\pi$) cm^2.
El área del círculo grande es ($75 + 50\sqrt{2}$)π cm^2.
El área sombreada = ($75 + 50\sqrt{2}$)π - ($100 + 75\pi$) = ($50\sqrt{2}\,\pi - 100$) cm^2.

6.- En el recinto deportivo encontrareis una zona cubierta cuyo techo descansa en 8 columnas cilíndricas iguales. El perímetro de la base de cada columna es 8/25 de su altura. Se ha decidido pintar las columnas aplicándoles dos manos de pintura. Al dar la primera mano se gasta medio kilogramo de pintura por cada metro cuadrado, y al dar la segunda un 20% menos que en la primera. ¿A cuánto ascenderá el gasto total si el precio de la pintura es de 950 pesetas por kilogramo?
NOTA.- *En la base de cada columna encontrareis una cuerda de 1 metro de longitud.*

143.- Ikastetxe honetako kirol eremuko alde estalian badaude 8 zutabe zilindriko berdinak. Haien oinarriaren perimetroa altueraren 8/25 da. Zutabeak margotu nahi dituzte margoz bi eskualdi emanez. Lehenengo eskualdia ematean metro karratuko kilogramo erdi bat margo erabiltzen da, eta bigarrenean, lehenengoan baino %20 gutxiago. Margoaren prezioa kilogramoko 950 pezeta dela jakinda, zein izango da gastu orokorra?
OHARRA.- *Zutabe bakoitzaren oinean aurkituko duzue metro bateko soka bat.*